



Mechanismen om leerlingen over scholen te verdelen

Populaire scholen ontvangen meer aanmeldingen dan het aantal beschikbare plaatsen. In die gevallen moet er geselecteerd worden. Dit is een complex probleem. In de literatuur zijn verschillende allocatiemechanismen bekend, die elk voor- en nadelen hebben. Het optimale mechanisme is hetgeen dat het beste aansluit bij de wensen voor de verdeling van de plekken.

In deze publicatie worden de kenmerken en werking van verschillende toepasbare allocatiemechanismen uitgelegd. Vervolgens worden deze getoetst aan criteria die voor beleidsmakers, scholen, ouders en leerlingen belangrijk kunnen zijn.

CPB Achtergronddocument

Alice Zulkarnain, Maria Zumbuehl

oktober 2021

1 Inleiding

Dit Achtergronddocument behoort bij de CPB-Policy Brief ‘Beschermen van gelijke toegang tot scholen’. Hierin komt aan de orde welke aspecten van belang zijn voor het ontwerp van een eerlijk toelatingsbeleid dat de gelijke toegang tot scholen kan beschermen. Bij een doelgericht beleid hoort ook de keuze van een geschikt allocatiemechanisme voor de verdeling van de plekken op scholen. Het Achtergronddocument gaat dieper in op de kenmerken van drie archetypen van mechanismen die passen bij het Nederlandse onderwijssysteem en de criteria die gebruikt kunnen worden bij het maken van de keuze.

In de situatie dat meer leerlingen zich hebben aangemeld voor een school dan er plaatsen beschikbaar zijn, is er sprake van schaarste. Er zijn verschillende methoden ontwikkeld (allocatiemechanismen) om dit verdelingsvraagstuk op te lossen. Dit achtergronddocument beschrijft de basisversies (‘archetypen’) van drie methoden:

- Serial Dictatorship (SD, hoofdstuk 3)
- Boston Mechanisme (BO, hoofdstukken 4 en 6)
- Deferred Acceptance (DA, hoofdstukken 5 en 7)

De laatste twee mechanismen bieden ruimte voor het gebruik van voorrangregels voor bepaalde leerlingen. Dit komt aan de orde in hoofdstukken 6 en 7.¹

Elk allocatiemechanisme heeft voor- en nadelen. Dat betekent dat de optimale keuze voor een mechanisme afhankelijk is van de precieze voorkeuren en doelstellingen van scholen en overheden. Deze voorkeuren en doelstellingen, kortweg criteria, komen in hoofdstuk 2 aan de orde. In de hoofdstukken 3 – 7 komen bij de uitleg van de archetypen een aantal van deze criteria terug. In hoofdstuk 8 worden de allocatiemechanismen afgezet tegen de andere criteria. Tot slot komen in hoofdstuk 9 enkele uitbreidingen op de archetypen aan de orde en worden literatuursuggesties gedaan.

2 Criteria

Uit gesprekken met vertegenwoordigers van scholen, gemeenten, ouders en het ministerie van OCW kwamen de volgende criteria naar voren waar belang aan wordt gehecht bij de plaatsing van leerlingen op scholen. Terwijl er veel overlap is tussen de doelen van de betrokkenen partijen, zijn niet alle criteria even belangrijk voor alle groepen. Maar ook binnen vertegenwoordigers van de zelfde groepen kunnen de meningen uiteen lopen over wat de belangrijkste criteria zijn.

- *Keuzevrijheid:* Alle kinderen zijn vrij de school te kiezen die het beste bij hen past. Keuzevrijheid in het onderwijs is een groot goed in Nederland. Om volledige keuzevrijheid te garanderen moet elk kind een gelijke kans hebben om op elke school geplaatst te kunnen worden.
- *Segregatie tegengaan:* Scholen zijn een goede afspiegeling van de Nederlandse samenleving. Veel gemeenten en schoolbesturen willen segregatie op scholen tegen gaan, en zien graag dat hun leerlingen diverse sociaaleconomische en culturele achtergronden hebben. Dat betekent dat op scholen in homogene buurten ook kinderen van buiten de buurt terecht moeten komen.

¹ In het ‘serial dictatorship’ mechanisme is de wil van de leerling allesbepalend. Dat biedt geen ruimte voor de wil van anderen zoals de voorrangregels die scholen hanteren.

- *Ruimte voor voorrangsregels*: Voorrangsregels worden toegepast om verschillende doelstellingen te bereiken, bijvoorbeeld om kinderen uit één gezin naar dezelfde school te laten gaan, of om kinderen met een levensovertuiging passend bij de grondslag van de school toe te laten, of om te zorgen dat de school een goede afspiegeling is van de wijk. Voor ouders van jonge kinderen kan het belangrijk zijn om de school dichtbij te hebben (postcodebeleid). Bij de overgang naar het voortgezet onderwijs geven sommige scholen voorrang aan leerlingen die in het primair onderwijs op een school met dezelfde pedagogische grondslag hebben gezeten.
- *Maximaal aantal eerste keuzes gehonoreerd*: Een toewijzing waarbij een maximaal aantal leerlingen een plekje krijgt op de school van eerste voorkeur, vergroot de tevredenheid onder ouders en leerlingen.
- *Strategiebestendigheid*: Een allocatiemechanisme dat strategiebestendig is, nodigt niet uit tot opgave van andere voorkeuren dan de echte voorkeuren ten einde via het allocatiemechanisme op een meer gewenste school uit te komen. Een allocatiemechanisme dat ruimte biedt voor strategisch gedrag stelt ouders en leerlingen voor meer complexe afwegingen en werkt daarmee kansenongelijkheid in de hand.
- *Pareto-efficiëntie*: Een allocatiemechanisme dat Pareto-efficiënt is leidt niet tot een verdeling van leerlingen over de scholen waarbij een combinatie van leerlingen door onderling ruilen van de hen toegewezen school er voor kan zorgen dat tenminste één leerling beter af is (verplaatsing naar school van hogere voorkeur) zonder dat de andere leerlingen slechter af zijn (verplaatsing naar school van lagere voorkeur).
- *Elimineren van gerechtvaardigde afgunst ('justified envy')*: Het allocatiemechanisme elimineert de situatie dat een leerling niet op een bepaalde school geplaatst wordt maar daar wel geplaatst had willen zijn, terwijl tegelijkertijd een leerling met lagere prioriteit volgens de geldende voorrangsregels wel op die school geplaatst is.
- *Informatievoorziening ouders*: Informatie over de wijze waarop een verdeling van beschikbare plaatsen op scholen over leerlingen tot stand komt, moet voor iedereen makkelijk te vinden en te begrijpen zijn. Voorrangsregels maken het proces minder toegankelijk, omdat ouders moeten weten op welke scholen hun kind voorrang heeft. Verder is het niet voor alle ouders even gemakkelijk om informatie te vinden over hoe populair een school is.
- *Centraal versus decentraal*: Bij het kiezen van een allocatiemechanisme kunnen schoolbesturen en gemeenten overwegen of het mechanisme centraal of decentraal uitgevoerd moet worden. Een centrale uitvoering betekent dat de ouders een lijst naar een centraal plaatsingsorgaan sturen en van hieruit de plaatsing van alle leerlingen over alle scholen wordt gecoördineerd. Decentrale uitvoering kan betekenen dat de scholen zelf hun plekken beheren en alleen de timing van inschrijving en afwijzing centraal worden gecoördineerd. Het voordeel van een centraal uitvoerbaar mechanisme is dat dit sneller en transparanter is. Het nadeel is dat informatie over welke kinderen voorrang op welke scholen hebben, beschikbaar moet zijn op centraal niveau.

3 Serial dictatorship

3.1 Werking

In het allocatiemechanisme ‘serial dictatorship’ wordt elke leerling sequentieel (‘serial’) beschouwd en geplaatst op de eerste school op zijn/haar voorkeurslijst die nog plaats heeft, zonder dat rekening wordt gehouden met de schoolvoorkeuren van andere leerlingen (‘dictatorship’). We illustreren dit aan de hand van een voorbeeld met tien leerlingen en drie scholen. Tabel 3.1 bevat de voorkeuren van de leerlingen (regels van de tabel) voor de drie scholen A, B en C waarbij de cijfers 1, 2 en 3 achtereenvolgens de school van eerste,

tweede en derde voorkeur weergeeft. De drie scholen A, B en C hebben plaats voor respectievelijk twee, twee en zeven leerlingen.²

Tabel 3.1: Voorkeuren van leerlingen

Leerlingen / Scholen (capaciteit)	A (2)	B (2)	C (7)
Leerling 1	1	2	3
Leerling 2	1	2	3
Leerling 3	1	2	3
Leerling 4	1	2	3
Leerling 5	2	1	3
Leerling 6	2	1	3
Leerling 7	1	2	3
Leerling 8	2	3	1
Leerling 9	3	1	2
Leerling 10	1	3	2

Een loterij bepaalt de volgorde waarin de kinderen hun school mogen kiezen. We nemen eenvoudigheidshalve aan dat de leerlingen in tabel 3.1 op volgorde van de loting gerangschikt zijn (top-downvolgorde). Deze volgorde is bij de leerlingen onbekend op het moment dat zij hun voorkeuren opgeven. In dit geval start de plaatsing van leerlingen bij leerling 1. Deze leerling gaat voor school A waarna deze school nog een plek vrij heeft. Vervolgens kiest leerling 2 voor dezelfde school A waarna deze school vol is. Vervolgens is het achtereenvolgens de beurt aan leerlingen 3 en 4. Beide leerlingen kunnen niet meer naar de school van hun eerste voorkeur (school A) en kiezen voor school B (tweede voorkeur). Daarmee zijn ook alle plekken op deze school volledig bezet. Voor leerlingen 5 en 6 betekent dit een keuze voor school C. De school van hun eerste voorkeur (school B) is immers vol en dat geldt ook voor de school van hun tweede voorkeur (school A). Ook leerlingen 7, 8, 9 en 10 komen uit op school C. Voor leerling 7 is school C de derde keus omdat de scholen A en B vol zijn. Voor leerlingen 9 en 10 is deze school hun tweede keus. Alleen voor leerling 8 spoort een plaats op school C met zijn eerste voorkeur. De tweede kolom van tabel 3.2 bevat de resulterende verdeling van de leerlingen over de drie scholen met onderstreept de leerlingen die op hun school van eerste voorkeur terecht zijn gekomen (leerlingen 1, 2 en 8).

De verdeling over de drie scholen verandert als de volgorde waarin de leerlingen mogen kiezen verandert. Als bijvoorbeeld in omgekeerde volgorde van tabel 3.1 wordt gekozen en dus leerling 10 als eerste mag kiezen (bottom-upvolgorde), zal deze leerling op school A geplaatst worden. Leerling 9 komt nu terecht op school B. Leerling 8 kiest voor school C. Leerling 7 kiest voor school A en leerling 6 voor school B. Scholen A en B zitten nu vol en dat betekent dat de leerlingen 1 tot en met 5 allemaal naar school C gaan en dat is de school van hun derde voorkeur. De derde kolom van tabel 3.2 bevat de resulterende verdeling waarbij alleen leerlingen 5 en 8 op dezelfde school terecht zijn gekomen als bij de eerdere top down volgorde. Met de alternatieve rangschikking zijn nu vijf leerlingen op de school van hun eerste voorkeur terecht gekomen (leerlingen 6 tot en met 10) in tegenstelling tot de drie leerlingen bij de top-downvolgorde.

² In het gehele achtergronddocument veronderstellen we dat het aantal leerlingen kleiner is dan het aantal beschikbare plaatsen op alle scholen gezamenlijk.

Tabel 3.2: Resulterende toewijzing van leerlingen aan scholen volgens het ‘Serial Dictatorship’

Scholen	Plaatsing leerlingen (top- down volgorde)	Plaatsing leerlingen (bottom -up volgorde)
A (2)	1, <u>2</u>	<u>10</u> , 7
B (2)	3, 4	9, <u>6</u>
C (7)	5, 6, 7, <u>8</u> , 9, 10	<u>8</u> , 1, 2, 3, 4, 5

Eerste kolom: tussen ronde haken de capaciteit per school.
Onderstreepte leerlingen zijn geplaatst op hun school van eerste voorkeur.

3.2 Eigenschappen

Het allocatiemechanisme ‘serial dictatorship’ garandeert niet dat een maximaal aantal leerlingen op de school van hun eerste voorkeur wordt geplaatst. Zo leidt in het gebruikte voorbeeld de top-downvolgorde tot drie leerlingen op hun school van eerste voorkeur, terwijl de bottom-upvolgorde resulteert in vijf leerlingen op de school van eerste voorkeur. Reden hiervoor is dat elke leerling sequentieel beschouwd wordt zonder rekening te houden met de voorkeuren van andere leerlingen.

Het allocatiemechanisme ‘serial dictatorship’ is strategiebestendig (het loont niet om andere dan de echte schoolvoorkeuren op te geven) omdat elke leerling afzonderlijk wordt beschouwd. Als een leerling i binnen dit mechanisme aan de beurt is, zal hij altijd terecht komen op de school van zijn hoogste voorkeur die nog vrije plaatsen heeft. Dat is wellicht niet zijn school van eerste voorkeur omdat leerlingen die eerder in de lotingsvolgorde verkeren met hun keus het aantal resterende vrije plaatsen hebben gereduceerd. Maar de voorkeuren van die andere leerlingen zijn niet door leerling i te beïnvloeden.

Het allocatiemechanisme ‘serial dictatorship’ leidt tot een verdeling van leerlingen over scholen waarbij geen enkele leerling door een ruil met een andere leerling op een school van hogere voorkeur terecht kan komen zonder dat de andere leerling er op achteruit gaat (Pareto-efficiënt). Iedere leerling i die niet geplaatst is op de school van zijn eerste voorkeur (bv. school A), wil ruilen met een leerling j die daar wel geplaatst is. Maar elke leerling j heeft die plek kregen omdat hij eerder in de lotingsvolgorde voorkomt dan leerling i en toen de school van zijn hoogste voorkeur gerealiseerd is, gegeven de resterende beschikbare plekken op de scholen. De school die leerling i aanbiedt (bv. school B) kan nooit hoger door leerling j geprefereerd zijn dan de school waarop hij geplaatst is (school A). Anders was die leerling j wel op die school (school B) geplaatst. Voor elke leerling j is een schoolruil dus nadelig en deze leerling zal dus niet meewerken aan een ruil. Dat betekent dat er geen ruilmogelijkheden bestaan waarbij één van de partijen beter af is zonder dat één van de andere partijen slechter af is.

4 Boston-mechanisme

4.1 Werking

In het Boston-mechanisme worden de voorkeuren van alle leerlingen tegelijk behandeld. In dit opzicht wijkt dit mechanisme af van het ‘serial dictatorship’ waarin de voorkeuren van de leerlingen achtereenvolgens worden bekeken. Het Boston-mechanisme verloopt in een aantal rondes afhankelijk van het aantal opgegeven scholen op de voorkeurslijsten. We gebruiken weer de voorkeurslijsten uit tabel 3.1 om de werking van het Boston-mechanisme te illustreren.

In de eerste ronde worden de eerste voorkeuren van alle leerlingen simultaan beschouwd. Op basis van tabel 3.1 willen de leerlingen 1, 2, 3, 4, 7 en 10 naar school A, willen leerlingen 5, 6 en 9 naar school B en wil leerling 8 naar school C. Voor zowel school A als school B zijn er meer aanmeldingen dan beschikbare plaatsen. Een loterij bepaalt welke leerlingen op deze scholen worden toegelaten. Eenvoudigheidshalve nemen we wederom aan dat de volgorde van leerlingen in tabel 3.1 ook de volgorde uit de loterij is.³ Dit betekent dat de leerlingen 1 en 2 op school A geplaatst worden en leerlingen 5 en 6 een plaats krijgen op school B. Samen met leerling 8 op school C hebben 5 leerlingen dus een plek gevonden op de school van eerste voorkeur. De niet-geplaatste leerlingen gaan door naar de volgende ronde.

In de tweede ronde wordt geprobeerd de overige leerlingen op basis van hun tweede voorkeuren te plaatsen. Leerlingen 3, 4 en 7 hebben daarbij een voorkeur voor school B. Leerlingen 9 en 10 willen naar school C. Omdat deze school nog vrije plaatsen heeft, worden de leerlingen 9 en 10 in de tweede ronde geplaatst. School B is echter na de eerste ronde al vol zodat de leerlingen 3, 4 en 7 niet geplaatst worden. Zij schuiven door naar de derde/volgende ronde.⁴

In de derde ronde worden de nog niet geplaatste leerlingen op basis van hun derde voorkeuren (zo mogelijk) geplaatst. In dit geval is dat school C voor de leerlingen 3, 4 en 7 en daar is ook nog voldoende gelegenheid. In dit eenvoudige voorbeeld zijn nu alle leerlingen geplaatst conform tabel 4.1.

Tabel 4.1: Resulterende toewijzing van leerlingen aan scholen volgens het Boston-mechanisme

Aangemelde en geplaatste leerlingen per plaatsingsronde			
Scholen \ Plaatsingsrondes	Eerste ronde	Tweede ronde	Derde ronde
A (2)	1, 2 , 3, 4, 7, 10		
B (2)	5, 6 , 9	3, 4, 7	
C (7)	8	9, 10	3, 4, 7

Eerste kolom: tussen ronde haken de capaciteit per school.
 Vet-gemarkeerde leerlingen zijn definitief geplaatst in de betreffende ronde.
 Onderstreepte leerlingen zijn geplaatst op hun school van eerste voorkeur.

4.2 Eigenschappen

Het Boston-mechanisme maximaliseert het aantal leerlingen dat op een school van (opgegeven) eerste keuze terecht komt. In de eerste ronde worden de eerste voorkeuren van alle leerlingen tegelijkertijd meegenomen in de allocatiebeslissing. Dit in tegenstelling tot het 'serial dictatorship' waarin alleen steeds de voorkeur van een enkele leerling wordt beschouwd. De enige reden dat in het Boston-mechanisme een leerling in de eerste ronde niet op de school van zijn eerste voorkeur geplaatst wordt, is een teveel aan aanmeldingen van andere leerlingen met dezelfde school als eerste voorkeur. Ook als de lotingsvolgorde omgekeerd was geweest (bv. van leerling 10 naar leerling 1) waren nog steeds vijf leerlingen geplaatst op de

³ We nemen aan dat de volgorde van één loterij geldig is voor alle scholen waarvoor loting de toelating moet bepalen. Dit staat in de literatuur bekend als 'single tie'. Alternatief hiervoor is de 'multiple tie' waarin per school een eigen loting wordt verricht. Van deze vorm zien we verder af in dit achtergronddocument.

⁴ In de praktische uitwerking wordt doorgaans een 'volle' school uit de lijst van beschikbare scholen verwijderd voordat met de volgende ronde wordt doorgegaan. De leerlingen 3, 4, en 7 worden dan in de tweede ronde al bij school C geplaatst.

school van eerste voorkeur (leerlingen 7 en 10 naar school A, leerlingen 6 en 9 naar school B, leerling 8 naar school C).

Het Boston-mechanisme is niet strategiebestendig. In het voorbeeld dat hiervoor is uitgewerkt, komen leerlingen 3 en 4 bij de veronderstelde top-downlotingsvolgorde uiteindelijk op school C terecht. In de eerste ronde worden namelijk niet alleen de twee beschikbare plekken op school A door leerlingen 1 en 2 ingevuld, maar ook de twee beschikbare plekken op school B door leerlingen 5 en 6. In de tweede ronde, waarin leerlingen 3 en 4 hun belangstelling voor school B uitspreken, kunnen zij daar dus niet meer geplaatst worden waarna school C voor hen resteert. Als leerlingen 3 en 4 deze uitkomst vooraf zouden hebben ingeschat, was het strategisch verstandiger geweest om school B boven school A op hun voorkeurslijst te plaatsen. In dat geval waren deze leerlingen in de eerste ronde op school B geplaatst ten koste van de leerlingen 5 en 6. Zij hadden met deze strategische verandering in de opgegeven voorkeuren uiteindelijk plaatsing op de school van (echte) tweede voorkeur kunnen bereiken ten opzichte van plaatsing op de school van (echte) derde voorkeur. Zodra leerlingen dus verwachten niet op de school van eerste voorkeur geplaatst te kunnen worden, gelet op de hen toegewezen lotingsnummer en de populariteit van deze school, kan het dus lonen om niet meer de echte voorkeuren op te geven teneinde de kans op plaatsing op de school van tweede voorkeur te vergroten. Het mechanisme lokt daarmee strategisch gedrag uit.⁵

Zonder strategisch gedrag leidt het Boston-mechanisme tot een Pareto-efficiënte plaatsing van de leerlingen. In dit opzicht wijkt dit mechanisme niet af van het 'serial dictatorship'. De reden is dat steeds leerlingen volgens hun hoogste voorkeur geplaatst worden, gegeven de beschikbare plaatsen. Een leerling *i* die niet geplaatst is op de school van eerste voorkeur (bv. school A), wil ruilen met een leerling *j* die daar wel geplaatst is. Maar die leerling heeft deze plaatsing in een eerdere ronde verkregen omdat deze leerling *j* deze school hoger geplaatst had op zijn voorkeurslijst dan de school die leerling *i* aanbiedt in de ruil. Leerling *j* heeft dus niets te winnen bij een ruil. Als er echter wel sprake is van strategisch gedrag waarmee de opgegeven voorkeuren dus afwijken van de echte voorkeuren, dan is niet meer gegarandeerd dat de resulterende verdeling Pareto-efficiënt is.

5 Deferred Acceptance

5.1 Werking

Het allocatiemechanisme 'Deferred Acceptance' (uitgestelde acceptatie) sluit aan op het Boston-mechanisme maar ondervangt het strategisch gedrag. Daartoe worden in elke ronde leerlingen slechts voorlopig geplaatst en kan deze plaatsing in een volgende ronde teniet worden gedaan. Pas nadat ('deferred') alle leerlingen een conditionele plaatsing hebben verkregen, wordt de plaatsing ('acceptance') definitief. We gebruiken weer de voorkeurslijsten van tabel 3.1 om de werking van het 'deferred acceptance'-mechanisme (DA-mechanisme) te illustreren.

In de eerste ronde worden, net als in het Boston-mechanisme, de eerste voorkeuren van alle leerlingen simultaan beschouwd. Op basis van tabel 3.1 willen de leerlingen 1, 2, 3, 4, 7 en 10 naar school A, willen leerlingen 5, 6 en 9 naar school B en wil leerling 8 naar school C. Op dezelfde wijze als in het vorige hoofdstuk beschreven, bepaalt het lotnummer de plaatsing van leerlingen. Echter, bij het DA-mechanisme is de plaatsing van leerlingen 1 en 2 op school A nu voorlopig. Datzelfde geldt voor leerlingen 5 en 6 op school B en leerling 8 op school C. De overige leerlingen gaan door naar de volgende ronde.

⁵ De Haan et al (2015) laten aan de hand van inschrijvingen voor middelbare scholen in Amsterdam zien dat ook in Nederland sprake is van strategische keuzes. Circa 8 procent van de leerlingen geeft een andere school dan hun school van eerste voorkeur op.

In de tweede ronde worden de overige leerlingen op basis van hun tweede voorkeuren per school toegevoegd aan de lijst van voorlopig geplaatste leerlingen uit de eerste ronde. Leerlingen 3, 4 en 7 hebben daarbij een voorkeur voor school B. Leerlingen 9 en 10 willen naar school C. Dit betekent dat school B nu belangstelling heeft van de leerlingen 5 en 6 uit de eerste ronde en de leerlingen 3, 4 en 7 uit de tweede ronde. School C heeft nu de belangstelling van leerling 8 (eerste ronde) en de leerlingen 9 en 10 (tweede ronde). School C heeft voldoende plek voor deze leerlingen die dan ook voorlopig geplaatst worden. De belangstelling voor school B overtreft echter opnieuw het aantal beschikbare plaatsen en op grond van de loterij worden nu leerlingen 3 en 4 voorlopig geplaatst. Dit betekent dat leerlingen 5 en 6 hun voorlopige plaatsing uit de eerste ronde verliezen en samen met leerling 7 die ook in de tweede ronde een voorlopige plaatsing niet heeft gekregen, doorgaan naar de volgende (derde) ronde.

In de derde ronde wordt de volgende voorkeur van de nog niet-geplaatste leerlingen bekeken. Voor leerling 7 is dat de school van derde voorkeur (school C). Voor de leerlingen 5 en 6 wordt dit de school van tweede voorkeur omdat zij in de vorige ronde niet mee deden op grond van een voorlopige plaatsing in de eerste ronde. Voor deze leerlingen heeft school A de tweede voorkeur. Bij school C is met vier aanmeldingen geen sprake van een capaciteitsrestrictie. Alle aangemelde leerlingen worden voorlopig geplaatst. Voor school A zijn er nu wel meer aanmeldingen dan beschikbare plaatsen. Opnieuw beslist de loterij over de voorlopige plaatsing. Omdat leerlingen 1 en 2 hoger gerangschikt zijn in de loterij behouden zij hun voorlopige plaatsing uit de vorige ronde. Dit betekent dat leerlingen 5 en 6 doorgaan naar de volgende (vierde) ronde.

In de vierde ronde worden de nog niet geplaatste leerlingen 5 en 6 op basis van hun derde voorkeuren bij school C aangemeld. Op deze school is nog plaats voor deze leerlingen. Hiermee zijn alle leerlingen nu voorzien van een voorlopige plaatsing en wordt deze uitkomst definitief. In dit eenvoudige voorbeeld zijn nu alle leerlingen geplaatst conform tabel 5.1.

Tabel 5.1: Resulterende toewijzing van leerlingen aan scholen volgens het ‘Deferred Acceptance’ - mechanisme (top-downloting)

Scholen \ Plaatsingsrondes	Aangemelde en (voorlopig) geplaatste leerlingen per ronde			
	Eerste ronde	Tweede ronde	Derde ronde	Vierde ronde
A (2)	1, 2, 3, 4, 7, 10	1*, 2*	1*, 2*, 5, 6	1*, 2*
B (2)	5, 6, 9	5*, 6*, 3, 4, 7	3*, 4*	3*, 4*
C (7)	8	8*, 9, 10	8*, 9*, 10*, 7	8*, 9*, 10*, 7*, 5, 6

Eerste kolom: tussen ronde haken de capaciteit per school.
 Leerlingen gemarkeerd met de asterisk zijn voorlopig geplaatst in de vorige ronde.
 Vet-gemarkeerde leerlingen zijn geplaatst in de betreffende ronde.
 Onderstreepte leerlingen zijn geplaatst op hun school van eerste voorkeur.

5.2 Eigenschappen

Het DA-mechanisme leidt niet altijd tot een resultaat waarbij het hoogste aantal leerlingen op de school van hun eerste voorkeur terecht komt. Zoals de vergelijking van de plaatsingen (laatste kolom van tabel 5.1) met de voorkeurslijst uit tabel 3.1 laat zien, komen alleen de leerlingen 1,2 en 8 terecht op de school van eerste voorkeur. In het Boston-mechanisme uit het vorige hoofdstuk waren dit vijf leerlingen. Dat ook het DA-

mechanisme dit aantal kan bereiken, illustreert de laatste kolom van tabel 5.2. Deze tabel is het plaatsingsresultaat van het DA-mechanisme als de lotingsvolgorde omgekeerd (bottom-up) was geweest.

Tabel 5.2: Resulterende toewijzing van leerlingen aan scholen volgens het ‘Deferred Acceptance’-mechanisme (bottom-uploting)

Aangemelde en (voorlopig) geplaatste leerlingen per ronde			
Scholen \ Plaatsingsrondes	Eerste ronde	Tweede ronde	Derde ronde
A (2)	10, 7, 4, 3, 2, 1	10*, 7*, 5	<u>10*</u> , <u>7*</u>
B (2)	9, 6, 5	9*, 6*, 4, 3, 2, 1	<u>9*</u> , <u>6*</u>
C (7)	8	8*	<u>8*</u> , <u>5</u> , <u>4</u> , <u>3</u> , <u>2</u> , <u>1</u>

Eerste kolom: tussen ronde haken de capaciteit per school.
 Leerlingen gemarkeerd met de asterisk zijn voorlopig geplaatst in de vorige ronde.
 Vet-gemarkeerde leerlingen zijn definitief geplaatst in de betreffende ronde.
 Onderstreepte leerlingen zijn geplaatst op hun school van eerste voorkeur.

Het DA-mechanisme is in tegenstelling tot het Boston-mechanisme wel strategiebestendig. Zo komen de leerlingen 3 en 4 nu op de school van hun tweede voorkeur terecht, terwijl dat in het Boston-mechanisme slechts was gelukt als deze leerlingen hun eigenlijke voorkeurslijst strategisch hadden aangepast waarbij deze leerlingen de posities van scholen A en B hadden verwisseld.

Het DA-mechanisme zoals hier gepresenteerd (zonder voorrangregels) is ook Pareto-efficiënt. Zo zijn de leerlingen 1, 2 en 8 niet bereid tot een schoolruil met de andere leerlingen. Zij zijn allemaal op hun school van eerste voorkeur terecht gekomen. Dit belemmert een ruil met leerlingen 3, 4, 7 en 10 als het gaat om plaatsing op school A. Ook leerlingen 5, 6 en 9 zouden willen ruilen met leerlingen 3 en 4. Maar zoals gezegd: deze zijn alleen bereid tot een ruil met leerlingen 1 en 2. Een Pareto-efficiënt resultaat wordt ook verkregen bij een andere volgorde door de loting.

Het DA-mechanisme zonder voorrangregels levert dezelfde verdeling van leerlingen over de scholen als het ‘serial dictatorship’-mechanisme uit hoofdstuk 2. Dat het DA-mechanisme eenzelfde resultaat oplevert, is gelegen in de definitieve plaatsing in de laatste ronde. In alle eerdere rondes worden leerlingen bij teveel aanmeldingen steeds voorlopig geplaatst conform de lotingsvolgorde. Feitelijk vindt daarmee een herschikking van de verdeling van leerlingen over scholen plaats op volgorde van de loting. Maar dat is hetzelfde als de leerlingen volgens de lotingsvolgorde plaatsen op grond van hun voorkeur voor de resterende scholen met vrije plaatsen. Deze overeenkomst vervalt als voorrangregels worden geïntroduceerd (zie hoofdstukken 6 en 7).

6 Boston-mechanisme met voorrangregels

6.1 Werking

In deze en het volgende hoofdstuk werken we het gebruik van voorrangregels uit aan de hand van een voorbeeld met twee groepen: α en β (zie tabel 6.1). Kinderen in groep α hebben voorrang boven kinderen uit groep β . Bijvoorbeeld omdat zij in de nabijheid van de school wonen, of omdat zij op de school al broertjes

of zusjes hebben, etcetera. In ons voorbeeld bevat groep α voor school A de leerlingen 4, 5, 9 en 10. Voor school B komen de leerlingen 3 en 7 in aanmerking voor groep α en voor school C zijn dat de leerlingen 1, 2, 5 en 8. Bij elke school komen alle andere leerlingen in groep β terecht. Merk op dat een leerling bij verschillende scholen in eenzelfde groep terecht kan komen. Bijvoorbeeld leerling 5 die zowel in school A als school C in prioriteitsgroep α is gerangschikt. Maar ook binnen groep β komen dezelfde leerlingen bij verschillende scholen in deze groep terug (bv. leerlingen 1 en 2).

Om de kinderen binnen eenzelfde groep te rangschikken wordt gebruik gemaakt van loting.

Eenvoudigheidshalve nemen we daarvoor aan dat leerling 1 lotnummer 1 heeft, leerling 2 lotnummer 2 enzovoort. Op basis hiervan heeft binnen prioriteitsgroep α op school A leerling 4 voorrang op leerling 5. Leerling 10 sluit de rij binnen deze prioriteitsgroep op school A. Binnen groep β heeft leerling 1 op deze school voorrang op alle andere leerlingen binnen deze groep. Voor school B heeft leerling 3 voorrang op leerling 7 binnen groep α . De loting zou per school kunnen verschillen ('multiple tie'). Voor de illustratie van de eigenschappen van de verschillende allocatiemechanismen is dit echter niet relevant. We veronderstellen daarom één lotingsvolgorde die voor alle scholen van toepassing is ('single tie').

Tabel 6.1: Prioriteiten van scholen voor leerlingen (voorrangsregels)

Prioriteitsgroepen / Scholen (capaciteit)	A (2)	B (2)	C (7)
Groep α	4, 5, 9, 10	3, 7	1, 2, 5, 8
Groep β	1, 2, 3, 6, 7, 8	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10	3, 4, 6, 7, 9, 10
Binnen elke groep heeft de leerling met het laagste nummer voorrang boven een leerling met een hoger nummer.			

Ook in het Boston-mechanisme met voorrangsregels worden de voorkeuren van alle leerlingen tegelijk in de beschouwing betrokken. We gebruiken weer de voorkeurslijsten uit tabel 3.1 om de werking van het Boston mechanisme te illustreren. In de eerste ronde worden de eerste voorkeuren van alle leerlingen simultaan beschouwd. Op basis van hun eerste voorkeuren (zie tabel 3.1) willen de leerlingen 1, 2, 3, 4, 7 en 10 naar school A, willen leerlingen 5, 6 en 9 naar school B en wil leerling 8 naar school C. Voor zowel school A als school B zijn er meer aanmeldingen dan beschikbare plaatsen. Aanvullend op de loterij die in hoofdstuk 4 de plaatsing bepaalde, wordt nu plaatsing bepaald door de prioriteringslijst beschreven in tabel 6.1. Omdat bij school A leerlingen 4 en 10 in groep α zijn opgenomen, worden deze leerlingen op deze school geplaatst. Leerlingen 5 en 6 krijgen een plek op school B. Zij zijn, gegeven het aantal beschikbare plaatsen op deze school, binnen de groep β het hoogst geplaatst. Samen met leerling 8 op school C hebben 5 leerlingen dus een plek gevonden op de school van eerste voorkeur. De niet-geplaatste leerlingen gaan door naar de volgende ronde. Met het toewijzen aan leerlingen 5 en 6 van een plaats op school B is deze school na de eerste ronde volledig gevuld. Dat betekent dat de leerlingen 3 en 7, die zich eventueel in een volgende ronde aanmelden bij deze school, hier niet meer op grond van de voorrangsregels geplaatst kunnen worden. Ook al behoren zij tot de voorrangsgroep α van deze school. In het Boston-mechanisme is de plaatsing van leerlingen per ronde definitief en als na een ronde een school geen ruimte meer heeft voor nieuwe leerlingen, dan vervallen feitelijk de voorrangsrechten.

In de tweede ronde wordt geprobeerd de overige leerlingen op basis van hun tweede voorkeuren te plaatsen. Leerlingen 1, 2, 3 en 7 hebben daarbij een voorkeur voor school B. Leerling 9 wil naar school C. Omdat deze school nog vrije plaatsen heeft, wordt deze leerling daar in de tweede ronde geplaatst. School B is echter na de eerste ronde al vol zodat de leerlingen 1, 2, 3 en 7 niet geplaatst worden, ondanks dat leerlingen 3 en 7 daar voorrang hebben. Deze vier leerlingen schuiven door naar de derde/volgende ronde.

In de derde ronde worden de nog niet geplaatste leerlingen op basis van hun derde voorkeuren (zo mogelijk) geplaatst. In dit geval is dat school C voor de leerlingen 1,2, 3 en 7 en op deze school is ook nog voldoende gelegenheid. In dit eenvoudige voorbeeld zijn nu alle leerlingen geplaatst conform tabel 6.2.

Tabel 6.2: Resulterende toewijzing van leerlingen aan scholen volgens het Boston-mechanisme met voorrangsregels

Aangemelde en geplaatste leerlingen per ronde			
Scholen \ Plaatsingsrondes	Eerste ronde	Tweede ronde	Derde ronde
A (2) [4, 5, 9, 10]	1, 2, 3, 4 , 7, 10		
B (2) [3, 7]	5 , 6 , 9		
C (7) [1, 2, 5, 8]	8	9	1, 2, 3, 7

Eerste kolom: tussen ronde haken de capaciteit per school, tussen blokhaken de leerlingen in groep α .
 Vet-gemarkeerde leerlingen zijn definitief geplaatst in de betreffende ronde.
 Onderstreepte leerlingen zijn geplaatst op hun school van eerste voorkeur.

6.2 Eigenschappen

Het Boston-mechanisme maximaliseert het aantal leerlingen dat op een school van (opgegeven) eerste keuze terecht komt. Deze eigenschap is inherent aan de eerste ronde waarin de hoogste voorkeur van alle leerlingen wordt verzameld en afgezet tegen de beschikbare plaatsen en de prioritering die de scholen hebben binnen de aangemelde groep leerlingen. Bij deze eigenschap moet worden benadrukt dat het om de opgegeven voorkeuren van leerlingen gaat. Zoals in hoofdstuk 4 geïllustreerd, is het Boston-mechanisme niet strategiebestendig en kan het voor leerlingen optimaal zijn om niet de echte voorkeuren op te geven. Bij een verschil tussen echte en opgegeven voorkeuren hoeft dus niet altijd een maximaal aantal leerlingen geplaatst te zijn op hun school van echte eerste voorkeur.

Met het Boston-mechanisme bestaat de kans op gerechtvaardigde afgunst nadat de verdeling bekend is. Zo komen leerlingen 3 en 7 nu op school C terecht, maar hebben beiden school B als tweede voorkeur op hun voorkeurslijst (zie tabel 3.1) en hebben daar ook nog eens voorrang op alle andere leerlingen (zie tabel 6.1). Zowel deze leerlingen als deze school zien hun preferenties niet gehonoreerd en voor beiden is een verbetering mogelijk als deze leerlingen wel op school B zouden zijn geplaatst.

Ook met voorrangsregels is het Boston-mechanisme niet strategiebestendig; de prikkels voor strategisch gedrag zijn hier zelfs groter. Leerlingen 3 en 7 uit ons voorbeeld hadden er immers verstandiger aan gedaan om school B, in weerwil van hun echte voorkeuren, als eerste voorkeur op te geven. In dat geval waren zij in de eerste ronde op deze school van (echte) tweede voorkeur geplaatst en uiteindelijk niet op hun school van derde voorkeur (school C) terecht gekomen omdat de school van hun eerste voorkeur (school A) voor hen geen plaats had, waarna in de volgende ronde ook op school B geen plaats meer beschikbaar voor hen was. Tegenover een maximaal aantal leerlingen dat geplaatst wordt op hun school van (opgegeven) eerste voorkeur, staat dus ook een aantal leerlingen dat uiteindelijk op een school geplaatst wordt, lager op hun ranking dan nodig was geweest op grond van de voor hen geldende voorrangsregels. Deze uitkomst nodigt uit tot strategische keuzes. Vooral als dezelfde scholen bij veel leerlingen populair zijn, zullen de leerlingen die niet geplaatst kunnen worden op deze scholen, genoeg moeten nemen met plaatsing op een school die significant lager op hun voorkeurslijst staat.

Zonder strategisch gedrag leidt het Boston-mechanisme tot een Pareto-efficiënte plaatsing van de leerlingen. Alle leerlingen worden geplaatst op de school van hun hoogste voorkeur, gegeven de nog beschikbare plaatsen op de scholen. Dat betekent dat elke leerling die niet geplaatst is op de school van eerste voorkeur, wil ruilen met leerlingen die daar wel geplaatst zijn. Maar voor die geplaatste leerlingen is deze school de eerste voorkeur en zij willen dus niet ruilen. Dezelfde redeneringen gelden voor leerlingen die niet geplaatst zijn op hun scholen van eerste en tweede voorkeur, eerste tot en met derde voorkeur enzovoort. Zodoende ontstaat er geen enkel paar van leerlingen waarin beiden bereid zijn te ruilen. Deze conclusie vervalt als de opgegeven voorkeurslijsten die de basis vormen van de plaatsing, niet de echte voorkeuren van de leerlingen beschrijven.

7 Deferred acceptance met voorrangregels

7.1 Werking

Ook in het geval van voorrangregels voorkomt het allocatiemechanisme ‘Deferred Acceptance’ strategisch gedrag door een voorlopige plaatsing, die in een volgende ronde teniet kan worden gedaan.

Pas nadat (‘deferred’) alle leerlingen een conditionele plaatsing hebben verkregen, wordt de plaatsing (‘acceptance’) definitief. We gebruiken weer de voorkeurslijsten van tabel 3.1 om de werking van het ‘deferred acceptance’-mechanisme (DA-mechanisme) te illustreren. De voorrangregels van de school zijn beschreven in tabel 6.1.

In de eerste ronde worden wederom de eerste voorkeuren van alle leerlingen simultaan beschouwd. Op basis van tabel 3.1 willen de leerlingen 1, 2, 3, 4, 7 en 10 naar school A, willen leerlingen 5, 6 en 9 naar school B en wil leerling 8 naar school C. Leerlingen 4 en 10 vallen bij school A in groep α en worden daar voorlopig geplaatst. De overige leerlingen vallen in groep β . Omdat er na de voorlopige plaatsing van leerlingen 4 en 10 geen plek meer beschikbaar is, schuiven de andere leerlingen door naar de tweede ronde. Op school B hebben zich geen leerlingen aangemeld uit groep α . Op grond van de volgorde binnen groep β worden leerlingen 5 en 6 voorlopig geplaatst. Op school C wordt leerling 8, die ook voor komt in groep α van deze school, voorlopig geplaatst.

In de tweede ronde worden de overige leerlingen op basis van hun tweede voorkeuren per school toegevoegd aan de lijst van voorlopig geplaatste leerlingen uit de eerste ronde. Leerlingen 1, 2, 3 en 7 hebben daarbij een voorkeur voor school B. Leerling 9 wil naar school C. Dit betekent dat school B nu belangstelling heeft van de leerlingen 5 en 6 uit de eerste ronde en de leerlingen 1, 2, 3 en 7 uit de tweede ronde. De leerlingen 3 en 7 behoren tot groep α van school B. Zij krijgen een voorlopige plaatsing en dat gaat ten koste van de leerlingen 5 en 6. School C heeft nu de belangstelling van leerling 8 (eerste ronde) en de leerling 9 (tweede ronde). Leerling 8 valt in groep α en behoudt zijn voorlopige plaats. Ook leerling 9 die in groep β voorkomt, krijgt voorlopig een plek omdat school C nog niet vol is. De leerlingen 1, 2, 5 en 6 hebben na de tweede ronde nog geen voorlopige plaatsing en gaan door naar de derde ronde.

In de derde ronde wordt de volgende voorkeur van de nog niet-geplaatste leerlingen beschouwd. Voor leerlingen 5 en 6 heeft school A hun tweede voorkeur. Voor leerlingen 1 en 2, die niet op de school van eerste en tweede voorkeur een voorlopige plaatsing hebben, komt hun derde voorkeur (school C) in beeld. School A buigt zich nu over de plaatsing van leerlingen 4, 10, 5 en 6. Omdat leerlingen 4, 5 en 10 tot groep α behoren en er maar twee plaatsen beschikbaar zijn, verliest leerling 10 zijn voorlopige plaats aan leerling 5 op grond van

de lotingsvolgorde binnen groep α . Leerling 10 schuift daarmee door naar de volgende ronde, evenals leerling 6. Leerlingen 1 en 2 worden voorlopig geplaatst op school C omdat deze school nog voldoende capaciteit heeft.

In de vierde ronde worden de nog niet geplaatste leerlingen 6 en 10 op basis van hun volgende voorkeur bij school C aangemeld. Op deze school is nog plaats voor beide leerlingen zodat de plaatsing niet ten koste gaat van andere (voorlopig) geplaatste leerlingen op deze school. Hiermee zijn alle leerlingen nu voorzien van een voorlopige plaatsing en wordt deze uitkomst definitief. In dit eenvoudige voorbeeld zijn nu alle leerlingen geplaatst conform tabel 7.1.

Tabel 7.1: Resulterende toewijzing van leerlingen aan scholen volgens het ‘Deferred Acceptance’- mechanisme met voorrangregels

Aangemelde en (voorlopig) geplaatste leerlingen per ronde				
Scholen \ Plaatsingsrondes	Eerste ronde	Tweede ronde	Derde ronde	Vierde ronde
A (2) [4, 5, 9, 10]	1, 2, 3, 4, 7, 10	4*, 10*	4*, 10*, 5, 6	<u>4*</u> , 5*
B (2) [3, 7]	5, 6, 9	5*, 6*, 1, 2, 3, 7	3*, 7*	<u>3*</u> , 7*
C (7) [1, 2, 5, 8]	8	8*, 9	8*, 9*, 1, 2	<u>8*</u> , 9*, 1*, 2*, <u>6</u> , 10

Eerste kolom: tussen ronde haken de capaciteit per school, tussen blokhaken de leerlingen in groep α .
 Leerlingen gemarkeerd met de asterisk zijn voorlopig geplaatst in de vorige ronde.
 Vet-gemarkeerde leerlingen zijn definitief geplaatst in de betreffende ronde.
 Onderstreepte leerlingen zijn geplaatst op hun school van eerste voorkeur.

7.2 Eigenschappen

Het DA-mechanisme leidt niet altijd tot een resultaat waarbij het hoogste aantal leerlingen op de school van hun eerste voorkeur terecht komt. Evenals in het Boston-mechanisme leidt de voorlopige plaatsing binnen het DA-mechanisme in de eerste ronde tot een maximaal aantal gehonoreerde keuzes. Echter, en in tegenstelling tot het Boston-mechanisme, wordt een deel van deze voorlopige plaatsingen in de volgende ronden teniet gedaan. Leerlingen die zich in een volgende ronde bij een school aanmelden kunnen op grond van de voor hen geldende voorrangregels de plek overnemen van leerlingen die in een eerdere ronde voorlopig geplaatst zijn. Daarmee kan het aantal leerlingen dat een plek op de school van eerste voorkeur krijgt, gedurende de opeenvolgende ronden geleidelijk afnemen. In het voorbeeld hebben maar twee leerlingen (4 en 8) uiteindelijk een plaats op de school van eerste voorkeur.

Het DA-mechanisme is in tegenstelling tot het Boston-mechanisme wel strategiebestendig. Alle plaatsingen in eerdere ronden zijn voorlopig zodat leerlingen die nog niet geplaatst zijn in de vorige ronde altijd uit alle scholen kunnen blijven kiezen en ook bij de toepassing van de voorrangregels worden meegenomen. Er is dus geen reden voor leerlingen om scholen strategisch op een hogere positie op hun voorkeurslijst te plaatsen ten einde te voorkomen dat zij niet meer naar deze school kunnen omdat deze al vol is als deze voorkeur in beeld komt.

Het DA-mechanisme leidt niet op voorhand tot een Pareto-efficiënte verdeling. In dit opzicht wijkt het resultaat af van een DA zonder voorrangregels dat immers hetzelfde mechanisme is als een ‘serial dicatorship’ (zie hoofdstuk 4). De kern hiervan is gelegen in de combinatie van voorkeuren van leerlingen en prioriteitenlijsten van scholen die uiteindelijk bepalend is voor de verdeling. In het voorbeeld komen alleen leerlingen 4 en 8 op de school van eerste voorkeur terecht. Zij willen dus niet ruilen. Leerlingen 1, 2, 6 en 10

zijn allemaal geplaatst op school C en daarmee op hun school van derde voorkeur, Zij zouden dus graag ruilen. Hetzelfde geldt voor leerling 9 waarvoor school C de tweede keus is. School C is echter niet populair en er zijn derhalve geen leerlingen die hun plaats op school A of B willen ruilen voor een plek op school C. De leerlingen 3, 5 en 7 zijn allemaal geplaatst op hun school van tweede voorkeur. Voor de leerlingen 3 en 7 betreft dit school B waar school A de eerste voorkeur was. Voor leerling 5 is het precies andersom. Een ruil tussen leerling 5 en leerling 3 of 7 leidt tot een Pareto-verbetering voor deze leerlingen. Maar dat is dan wel een verbetering die conflicteert met de voorrangsregel van de scholen.

Het DA-mechanisme voorkomt door de combinatie van de voorkeuren van leerlingen met de prioriteiten van scholen dat de plaatsing gerechtvaardigde afgunst kan opwekken. Immers de scholen hebben een beslissende stem. Slechts als scholen eenzelfde leerling in eenzelfde prioriteitsklasse hebben, is de voorkeur van de leerling beslissend voor de plaatsing. Met deze dominante rol van de voorrangsregels is het niet mogelijk dat een school een andere leerling had willen plaatsen dan de geplaatste leerlingen en die andere ongeplaatste leerling wel op die school geplaatst had willen worden. Binnen het DA-mechanisme kan immers iedere ongeplaatste leerling altijd blijven kiezen uit alle scholen.

De wensen om met voorrangsregels de verdeling van leerlingen te beïnvloeden en tegelijkertijd te komen tot een verdeling die Pareto-efficiënt en geen aanleiding geeft voor gerechtvaardigde afgunst zijn onderling strijdig; een keuze is noodzakelijk. In bijlage A laten we dit zien aan de hand van een eenvoudig voorbeeld. Hier volstaan we met een meer intuïtieve argumentatie. De voorrangsregels brengen met zich mee dat scholen ook een stem krijgen in de verdeling van leerlingen. Binnen het 'deferred acceptance' - mechanisme is deze stem beslissend omdat de voorrangsregels gehandhaafd blijven gedurende alle rondes van het allocatieproces. Geen enkele school zal uiteindelijk geconfronteerd worden met leerlingen die zij niet geplaatst hebben, maar wel hadden willen plaatsen. Maar tegelijkertijd kunnen daarmee leerlingen op scholen van een lagere voorkeur geplaatst zijn. Dat biedt ruimte voor een onderlinge ruil van toegewezen plaatsen die voor de leerlingen tot een beter plaatsingsresultaat leidt (Pareto-efficiëntie).

Bij het Boston- mechanisme ligt de beslissende stem bij de leerlingen. Na een ronde vervalt immers een deel van de voorrangsrechten omdat de plaatsing dan definitief is. Met de beslissende stem bij de leerlingen kunnen zij een Pareto-efficiënte verdeling van de beschikbare plaatsen bereiken. Maar bij die verdeling kan een aantal leerlingen op een school van lagere voorkeur terecht komen, terwijl hun school van hogere voorkeur hen op grond van de voorrangsregels liever had willen plaatsen dan andere leerlingen als de school daartoe de gelegenheid had gehad door aanmelding in een eerdere ronde. Omdat niet zowel leerlingen als scholen de beslissende stem kunnen hebben in de verdeling van leerlingen over de beschikbare plaatsen, is een verdeling die zowel Pareto-efficiënt is als gerechtvaardigde afgunst voorkomt, onmogelijk. Er zal tussen de verschillende wensen een keuze gemaakt moeten worden.

8 Praktische argumenten

Naast de meer welvaart-theoretische eigenschappen van een allocatiemechanisme zijn ook praktische overwegingen relevant voor het gebruik ervan. Hieronder besteden we aandacht aan de benodigde informatie voor een allocatiemechanisme, de complexiteit van een mechanisme, de mogelijkheden voor decentrale uitvoering en de mate waarin een mechanisme om kan gaan met een situatie waarin niet alle scholen participeren in een allocatiemechanisme.

Voor de implementatie vereisen de allocatiemechanismen waarin geen sprake is van voorrangsregels de minste informatie. In deze gevallen blijft de benodigde informatie beperkt tot de voorkeurslijsten van leerlingen. Vanuit dit perspectief zijn het de meest eenvoudige mechanismen.

Bezien vanuit de ouders en leerlingen vergt het Boston-mechanisme de meeste informatie. Naast de informatie over de scholen die bij elk allocatiemechanisme nodig is om de voorkeurslijst van de leerling op te kunnen stellen, is bij het Boston-mechanisme de populariteit van de scholen bij andere leerlingen belangrijk. Omdat in het Boston-mechanisme plaatsing per ronde definitief is en daarmee het aantal beschikbare plekken op een school per ronde afneemt, kan een leerling zijn plaatsingsuitkomst verbeteren door een andere volgorde van scholen op te geven dan zijn echte voorkeur. Deze mogelijkheid tot strategische keuze vereist dus extra informatie over kansen voor plaatsing op scholen.

Plaatsing van leerlingen volgens het ‘serial dictatorship’ en het Boston-mechanisme is het eenvoudigst uit te leggen. In het geval van het ‘serial dictatorship’ worden leerlingen op volgorde van loting geplaatst conform hun hoogste voorkeur, gegeven de resterende vrije plekken op scholen. Bij het Boston-mechanisme worden alle kinderen zo mogelijk volgens hun eerste voorkeur geplaatst. Zijn er teveel aanmeldingen voor een school, dan geven lotingsvolgorde en/of voorrangsregels de doorslag. Voor alle niet geplaatste leerlingen wordt daarna de mogelijkheid om plaatsing conform de volgende voorkeur bekeken. Vooral de gehanteerde voorrangsregels leiden in het Boston-mechanisme tot een grotere complexiteit omdat deze strategische keuzes uitlokken. Diezelfde voorrangsregels in combinatie met het principe van ‘voorlopige plaatsing’ maken dat het ‘Deferred Acceptance’-mechanisme in onze ogen het meest complexe allocatiemechanisme is om uit te leggen aan leerlingen, ouders, scholen en beleidmakers.

De allocatiemechanismen verschillen in hun geschiktheid voor decentrale of centrale toepassing. Bijvoorbeeld het ‘serial dictatorship’ is alleen toepasbaar bij een centraal uitgevoerde plaatsing om de leerlingen op volgorde te plaatsen. Het Boston-mechanisme biedt de mogelijkheid om de plaatsing centraal en decentraal uit te voeren. Bij een volledig centraal uitgevoerde plaatsing leveren leerlingen hun voorkeurslijsten en de scholen hun prioriteitenlijsten (of voorrangsregels waarop die lijsten gebaseerd zijn) centraal in en worden de aanmeldingen per school volgens die lijsten toegewezen. Bij een volledig decentrale uitvoering melden de leerlingen zich per school aan en bepalen de scholen zelf welke aangemelde leerlingen geplaatst worden. Niet geplaatste leerlingen melden zich vervolgens - voor een bepaalde datum - aan bij de volgende school waarna hetzelfde proces wordt doorlopen. Decentrale plaatsing is daarmee wel een langduriger traject voor ouders, terwijl het minder informatie vereist voor de uitvoerende organisatie (school of centraal plaatsingsorgaan). ‘Deferred acceptance’ is lastig decentraal uit te voeren. Door het kenmerk van voorlopige plaatsing blijven steeds alle kinderen en alle scholen bij elke ronde betrokken en dat leidt tot grotere informatiestromen dan in het Boston-mechanisme.

Decentrale uitvoering kan minder efficiënt zijn. Elke mechanisme vereist voorlichting aan de ouders en leerlingen over de werking daarvan. Daarnaast vergt gebruik van een mechanisme min of meer gespecialiseerde kennis en/of ondersteuning van computerprogramma’s voor voorrangsregels of loting. Beide maken dat decentrale uitvoering, bijvoorbeeld op schoolniveau, minder efficiënt is. Ook voor ouders is een uitvoering per school minder efficiënt omdat dan de voorkeurslijst per school opnieuw wordt ingediend.

Flexibiliteit in aanpassing van plaatsing ontstaat bij niet-participerende scholen. Zonder de verplichting voor scholen om deel te nemen aan een allocatiemechanisme ontstaan er twee groepen scholen: ‘inside’-scholen (zij die deelnemen) en ‘outside’-scholen (zij die niet deelnemen). Omdat leerlingen alleen een voorkeur opgeven voor de ‘inside’-scholen, ontstaat er ook een ‘outside’-optie voor leerlingen. Zij kunnen immers bij plaatsing op een ‘inside’-school met lagere voorkeur dan de ‘outside’-school besluiten af te zien van de toegewezen plaats op de ‘inside’-school en zich alsnog aanmelden bij de ‘outside’-school. Maar dit betekent dat er in beginsel een plaats vrijkomt op een ‘inside’-school. Bij het ‘serial dictatorship’ betekent dit dat de plaatsing van alle leerlingen met een lagere positie in de lotingsvolgorde opnieuw bezien moet worden op de mogelijkheid voor plaatsing op een school hoger op hun voorkeurslijst. Bij een centraal uitgevoerd Boston-mechanisme moet de plaatsing worden aangepast waarbij elke leerling ‘achter’ de leerling die voor zijn ‘outside’-optie gaat, een plek opschuift. Voor een enkele leerling betekent dit plaatsing op een school van hogere voorkeur. Omdat het Boston-mechanisme resulteert in een maximaal aantal leerlingen dat geplaatst is

conform de (opgegeven) eerste voorkeur, zal het aantal leerlingen dat kiest voor de ‘outside’-school bij het Boston-mechanisme het kleinst blijven. Bij het ‘deferred acceptance’-mechanisme moet de plaatsingsprocedure grotendeels opnieuw omdat de leerling die kiest voor zijn ‘outside’optie, de voorlopige plaatsing van andere leerlingen beïnvloedt. Dit mechanisme is daarmee het minst flexibel in de omgang met ‘outside’opties.

9 Verder lezen

Achter de hiervoor beschreven allocatiemechanismen schuilt een aanzienlijke literatuur. Abdulkadiroğlu en Sönmez (2003) bevat een introductie van alle mechanismen en focust op de eigenschappen van het DA-mechanisme. Ook paragraaf 2.1 van Hakimov en Kübler (2021) biedt een leesbaar overzicht van de mechanismes. Dit papier biedt ook een overzicht van de experimentele literatuur.

Varianten op de archetypen

In reactie op de beperkingen van de verschillende allocatiemechanismen en de praktische uitwerkingen zijn vele artikelen verschenen, die door aanpassing van een of meerdere elementen uit de basale allocatiemechanismen of door combinatie van mechanismen bepaalde nadelen proberen te beperken. We noemen er enkele.

- **In reactie op het ontbreken van Pareto-efficiëntie bij het DA-mechanisme introduceren Abdulkadiroğlu en Sönmez (2003) de ‘top trading cycles’.** Startend vanuit de schoolvoorkeuren worden met de preferenties van leerlingen clusters (‘cycles’) van leerlingen en scholen gevormd.⁶ Als meerdere leerlingen (en dus ook scholen) deel uitmaken van een cluster is de voorkeur van de leerlingen doorslaggevend. Deze plaatsing is, in tegenstelling tot het DA-mechanisme, definitief. Met dit laatste ontstaat de Pareto-efficiëntie die het DA-mechanisme ontbeert. Echter, omdat in de meeste gevallen niet alle leerlingen tegelijk in de clusters zijn opgenomen, kan in dit mechanisme niet het maximaal aantal leerlingen op de school van eerste voorkeur worden geplaatst. In dit opzicht wijkt het mechanisme af van het Boston-mechanisme. Verder wordt met de tussenstap van de clustervorming het allocatiemechanisme minder transparant. Ook kan een ruil tussen leerlingen weer leiden tot gerechtvaardigde afgunst bij andere leerlingen.
- In het ‘efficiency adjusted’ DA-mechanisme (EADAM, zie Kesten, 2010) wordt voorafgaand aan de toepassing van een standaard DA-mechanisme aan elke leerling gevraagd om wel of niet in te stemmen met een verandering in de hun toegewezen school ten gunste van een andere leerling als zij daar zelf niet slechter van worden. Met voldoende leerlingen die vooraf instemmen met een mogelijke ruil, is het mogelijk een Pareto-efficiënte allocatie te bereiken. Er zijn echter wel praktische problemen met dit algoritme. Zo is het bewerkelijk omdat er extra DA-rondes nodig zijn. Verder kan dit mechanisme leiden tot gerechtvaardigde afgunst. Stel namelijk dat twee leerlingen in aanmerking komen voor een plaats op een meer gewenste school door een ruil met slechts een andere leerling. Welke van de twee leerlingen komt nu in aanmerking voor de ruil? Tot slot is de vraag of dit mechanisme voldoende transparant is voor ouders en kinderen. Want hoe maak je duidelijk, of overtuig je ze, dat hun instemming voor een ruil niet leidt tot een verslechtering van de uitkomst voor het betrokken kind.
- **Om het uitlokken van strategisch gedrag te beperken introduceren Dur et al (2019) het Secure Boston-mechanisme.** Dit is een combinatie van het Boston mechanisme en het DA-mechanisme waarin wisselend de voorkeur van de leerling of de voorrangsregel van de school bepalend is voor

⁶ Met een start vanuit de schoolvoorkeuren wijkt dit mechanisme af van het Boston-mechanisme.

plaatsing van een leerling. Uit empirisch onderzoek blijkt dat dit mechanisme het uitlokken van strategisch gedrag bij het Boston-mechanisme beperkt.

- **Het parallel-mechanisme is een generalisatie van het Boston en het DA-mechanisme waarmee de nadelen van de verschillende mechanismen tegen elkaar kunnen worden uitgeruild (Chen en Kesten, 2017).** Binnen het parallel-mechanisme worden plaatsingsronden onderscheiden. Voor elke ronde dient de leerling een voorkeurslijst met een (vooraf vastgesteld) aantal scholen in. Vervolgens bepaalt per ronde een DA-mechanisme welke leerlingen definitief op een school geplaatst worden. Leerlingen die in een ronde niet geplaatst worden, gaan over naar de volgende ronde waarvoor zij een nieuwe lijst met (andere) scholen indienen. Chen en Kesten laten zien dat afhankelijk van het aantal opgegeven scholen per ronde de eigenschappen van het parallel-mechanisme meer of minder overeenkomen met het Boston-mechanisme (een school per ronde opgeven) of het DA-mechanisme (alle scholen in eerste ronde opgeven).
- **In de praktijk bevat de voorkeurslijst van leerlingen niet alle scholen.** Zeker in grotere steden zou dit veel extra tijd vergen van ouders en plaatsingscomité, terwijl toch gehoopt mag worden dat kinderen op een school uit hun top 3 of top 5 geplaatst kunnen worden. Limitering van de lengte van de voorkeurslijst is voor de hand liggend. Calsamiglia et al (2010) laten echter zien dat een limiet aan de lengte van de voorkeurslijsten kan leiden tot strategisch keuzes.⁷
- **Er zijn ook verschillende artikelen verschenen waarin boven- en ondergrenzen voor aantallen leerlingen uit bepaalde groepen zijn geïntroduceerd om segregatie tegen te gaan.** Van recente datum is Abdulkadiroğlu en Grigoryan (2021). De additionele voorwaarden aan de bereikte verdeling van leerlingen over scholen betekenen veelal dat andere voorrangsregels niet meer (volledig) te handhaven zijn. Feitelijk betekent het opleggen van onder- en/of bovengrenzen dat het allocatiemechanisme minder ruimte krijgt om aan andere wensen tegemoet te komen. Oosterbeek et al (2021) laten met behulp van Amsterdamse data zien dat schoolvoorkeuren tussen etnische groepen en inkomensklassen verschillen, dat deze verschillen bijdragen aan segregatie op scholen en deze verschillen vooral beperkt zou kunnen worden door het gebruik van quota voor leerlingen uit minderheidsgroepen. Instelling van deze quota heeft echter als keerzijde dat op populaire scholen niet alle beschikbare plaatsen bezet zullen worden en dat meer leerlingen op een school van lagere voorkeur geplaatst worden.

Amsterdam

In Amsterdam zijn in de voorbije jaren verschillende varianten van allocatiemechanismen toegepast. In Gautier et al (2018) is het toegepaste allocatiemechanisme beschreven en hoe dit voor de leerlingen heeft uitgewerkt. In De Haan et al (2015) is aan de hand van Amsterdamse data onderzocht in welke mate leerlingen hun echte voorkeuren bij een Boston-mechanisme opgeven. Circa acht procent van de leerlingen geeft een andere school als eerste voorkeur op dan de echte eerste voorkeur. Verder blijkt uit hun onderzoek dat bij het DA-mechanisme met eenzelfde lotingsvolgorde voor elke school ('single tie') het hoogste aantal kinderen op hun school van eerste voorkeur wordt geplaatst ten opzichte van het Boston- mechanisme en een DA-mechanisme met een per school wisselende lotingsvolgorde ('multiple tie'). Maar dit laatste mechanisme resulteert wel in het hoogste aantal leerlingen dat op hun school van eerste of tweede voorkeur terecht komt. Dat betekent dat leerlingen in zowel het Boston- als het DA-mechanisme met 'single tie' slechter af zijn als zij niet op hun school van eerste voorkeur geplaatst worden.

⁷ Dit geldt ook als de beperkte lijsten het gevolg zijn van gedrag van ouders en leerlingen.

Bijlage: Afwezigheid van gerechtvaardigde afgunst en Pareto-efficiëntie onverenigbaar

Balinski en Sönmez (1999, blz. 86) illustreren aan de hand van een eenvoudig voorbeeld dat de wensen voor afwezigheid van gerechtvaardigde afgunst en Pareto efficiëntie onderling onverenigbaar zijn. Er zal dus geen allocatiemechanisme zijn dat aan beide wensen kan voldoen en daarmee aan alle criteria. In deze bijlage is dit voorbeeld herschreven zodat het aansluit op de plaatsing van leerlingen in het primair en voortgezet onderwijs.

Er zijn drie leerlingen (1, 2, 3) en twee scholen (A, B) met elk één beschikbare plaats. De voorkeuren van de leerlingen zijn:

- Leerling 1: 1) school B; 2) school A; 3) nergens plaatsing
- Leerling 2: 1) school A; 2) school B; 3) nergens plaatsing
- Leerling 3: 1) school A; 2) school B; 3) nergens plaatsing

Op grond van de voorrangsregels van de school geldt:

- School A: 1) leerling 1; 2) leerling 2; 3) leerling 3
- School B: 1) leerling 3; 2) leerling 1; 3) leerling 2

Met drie leerlingen te verdelen over twee scholen zijn er zes mogelijke combinaties (μ), zie tabel A.1.

Tabel A.1: Mogelijke allocaties van drie leerlingen over twee scholen

Mogelijke verdelingen	Leerling 1	Leerling 2	Leerling 3
μ_1	school A	school B	Geen plaats
μ_2	school A	Geen plaats	School B
μ_3	school B	School A	Geen plaats
μ_4	school B	Geen plaats	School A
μ_5	Geen plaats	School A	School B
μ_6	Geen plaats	School B	School A

We laten eerst zien dat van deze mogelijke uitkomsten alleen de verdeling μ_2 geen gerechtvaardigde afgunst oproept. Daarna laten we zien dat deze verdeling niet Pareto-efficiënt is. De Pareto-efficiënte verdeling is μ_4 , maar deze leidt tot een gerechtvaardigde afgunst.

Alleen verdeling μ_2 kent gerechtvaardigde afgunst

Van de zes mogelijk verdelingen leidt alleen verdeling μ_2 niet tot een (gerechtvaardigde) afgunst. Immers:

- Verdeling μ_1 : In deze verdeling krijgt leerling 1 niet de door hem gewenste plaatsing op school B. Leerling 2 krijgt daar wel een plaats. Maar deze leerling heeft op school B geen voorrang op leerling 1. Leerling 1 kijkt dus afgunstig naar leerling 2.
- Verdeling μ_2 : In deze verdeling krijgt leerling 1 niet de door hem gewenste plaatsing op school B. Leerling 3 komt daar terecht, maar deze leerling heeft daar ook voorrang op leerling 1. Ook heeft leerling 3 op deze school voorrang op leerling 2. Op de hem toegewezen school A heeft leerling 1 verder voorrang op leerling 2. In deze verdeling heeft dus geen van de leerlingen reden om afgunstig om te zien naar de andere leerlingen.
- Verdeling μ_3 : In deze verdeling wordt leerling 3 nergens geplaatst, terwijl leerlingen 1 en 2 op hun school van eerste voorkeur terecht komen. Maar leerling 3 heeft voorrang op school B op leerlingen 1 en 2. Leerling 3 mag zich dus oneerlijk behandeld voelen.
- Verdeling μ_4 : In deze verdeling wordt leerling 2 nergens geplaatst, maar heeft voorrang op leerling 3 als het gaat om school A waar leerling 3 geplaatst is. Deze verdeling wekt dus bij leerling 2 gerechtvaardigde afgunst op.
- Verdeling μ_5 : In deze verdeling wordt leerling 1 nergens geplaatst, maar heeft voor school A wel voorrang op leerling 2 die daar wel geplaatst is. Leerling 1 voelt zich dus met deze verdeling tekort gedaan.
- Verdeling μ_6 : In deze verdeling wordt leerling 1 nergens geplaatst, maar heeft voor school A wel voorrang op leerling 3 die daar wel geplaatst is. Leerling 1 voelt zich dus met deze verdeling tekort gedaan.

Waarom is μ_2 niet Pareto-efficiënt

Met de verdeling μ_2 gaat leerling 1 naar school A, terwijl hij liever naar school B zou gaan. Tegelijkertijd gaat leerling 3 naar school B, terwijl school A zijn eerste voorkeur heeft. Een ruil tussen leerlingen 1 en 3 betekent voor beiden een verbetering. Deze ruil resulteert dan in de verdeling μ_4 . De verdeling μ_2 is dus minder Pareto-efficiënt dan verdeling μ_4 , maar - zoals hierboven beschreven - leidt deze verdeling tot scheve gezichten bij leerling 2.

Literatuur

Abdulkadiroğlu, A. en T. Sönmez, 2003, School choice: a mechanism design approach, *American Economic Review*, vol. 93, no.3, pp. 729 – 747. [link](#)

Abdulkadiroğlu, A. en A. Grigoryan, 2021, Priority based assignment with reserves and quotas, NBER Working Paper 28689. [link](#)

Balinski, M. en T. Sönmez, 1999, A tale of two mechanisms: student placement, *Journal of Economic Theory*, vol. 84, no. 1, pp. 73-94. [link](#)

Calsamiglia, C., G. Haeringer en F. Klijn, 2010, Constrained school choice: an experimental study, *American Economic Review*, vol. 100, no. 4, pp. 1860 – 1874. [link](#)

Dur, U., R. Hammond en T. Morrill, 2019, The secure Boston mechanism: theory and experiments, *Experimental Economics*, vol. 22, no. 4, pp. 918 - 953. [link](#)

Gautier, P., M. de Haan, B. van der Klauw en H. Oosterbeek, 2018, Beschrijvende analyse matching en loting voortgezet onderwijs Amsterdam 2018. [link](#)

Haan, M. de, P. A. Gautier, H. Oosterbeek en B. van der Klaauw, 2015, The performance of school assignment mechanisms in practice, IZA Discussion Paper no. 9118. [link](#)

Hakimov, R. en D. Kübler, 2021, Experiments on centralized school choice and college admissions: a survey, *Experimental Economics*, vol. 24, pp.434 – 488. [link](#)

Kesten, O., 2010, School choice with consent, *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 125, no. 3, pp. 1297 – 1348. [link](#)

Oosterbeek, H., S. Sóvágó en B. van der Klaauw, 2021, Preference heterogeneity and school segregation, *Journal of Public Economics*, vol. 197, May. [link](#)