

Sector : 5  
Afdeling/Project : Waterveiligheid  
Samensteller(s) : Carel Eijgenraam  
Nummer : 219  
Datum : 16 maart 2009

## Toetsnorm als de schade bij overstromen kan variëren

De vraag is gerezen of de toetsnorm voor waterveiligheid goed wordt bepaald als er geen rekening wordt gehouden met de mogelijkheid dat de schade bij overstromen afhangt van de waterhoogte bij overstromen of de kans op die overstroming. Het achterliggend idee is: Hoe extremer de gebeurtenis, des te groter is de overstroming en de daaruit volgende schade, maar des te kleiner is de kans daarop. Vooral langs de kust lijkt deze modeluitbreiding van belang evenals bij 'doorbraakvrije' dijken, omdat de schade dan afhankelijk wordt van de hoeveelheid water die over de dijk loopt.

Op het eerste gezicht lijkt het dat de met het eenvoudige model berekende optimale overstromingskansen altijd te hoog zijn omdat de mogelijkheid van grotere schade niet is meegenomen in de optimalisatie. Maar in dit memorandum wordt aangetoond dat dit niet zonder meer het geval is. Als de schade afhankelijk is van de waterhoogte bij overstromen, is er op korte termijn geen verschil in de berekende middenkans, maar op lange termijn wel.

Als de schade afhankelijk wordt gemaakt van het verschil tussen waterhoogte en dijkhoogte,<sup>1</sup> is er geen invloed op de middenkans op voorwaarde dat we in de berekening de gemiddelde schade bij overstromen gebruiken en niet de kleinst mogelijke. Dit is met name van belang bij de bepaling van normen voor 'doorbraakvrije dijken', want dan is de kleinste schade van een overstroming afgerond nul.

Daarom wordt tenslotte de vraag gesteld of een breekbaarheidscurve wel een nuttig concept is, of dat deze beter kan worden vervangen door een relatie tussen de omvang van een overstroming en de waterhoogte.

<sup>1</sup> Met dank aan Ruud Okker die deze mogelijkheid heeft bedacht, en Carlijn Bak (Deltares) voor haar commentaar bij eerdere versies van dit memorandum.

# 1 Aanleiding

In Eijgenraam (2008) is een voorstel gedaan voor de formulering van een toetsnorm voor waterveiligheid van dijkkringgebieden die eenvoudig is en onder verschillende omstandigheden goed werkt. Dit is de middenkans. In de kengetallen KBA voor het project Waterveiligheid 21e eeuw (KKBA WV21), Kind (2008), is dit begrip gebruikt om nieuwe veiligheidsniveaus te berekenen voor alle grote dijkkringgebieden in Nederland. In deze berekening is er per dijkkring(deel) vanuit gegaan dat iedere overstroming leidt tot dezelfde schade.

De vraag is gerezen of dit type berekening wel leidt tot goede normen als de schade bij overstromen afhangt van de waterhoogte bij overstromen of van de kans op die overstroming. In beide gevallen is er dan een negatieve relatie tussen de kans op een specifieke overstroming en de schade: hoe extremer de gebeurtenis, des te groter is de schade, maar des te kleiner is de kans daarop.<sup>2</sup> Het zal van de ligging van de dijkkring afhangen of dit relevante uitbreidingen van het model zijn of niet; net zoals dat geldt voor de afhankelijkheid van de schade van de hoogte van de dijk. Vooral langs de kust lijkt de hier behandelde uitbreiding van belang, bijvoorbeeld voor B-keringen met daarachter lagere A of C-keringen of als de dijkkring gedeeltelijk is gecompartmenteerd, zoals dijkkring 14 Centraal Holland. Hoe krachtiger de storm, hoe hoger het water in de dijkkring komt, maar ook hoe groter de kans op meer bressen, zodat er in beide gevallen meer compartimenten onderlopen. Ook lijkt deze uitbreiding van belang voor de omvang van de schade bij 'doorbraakvrije' dijken, omdat de schade dan afhankelijk wordt van de hoeveelheid water die over de dijk loopt.

Op het eerste gezicht lijkt het dat de met het oorspronkelijke, eenvoudige model berekende optimale overstromingskansen altijd te hoog zijn omdat het effect van de grotere schades niet is meegenomen in de berekening. Maar in dit memorandum wordt aangetoond dat dit niet zonder meer het geval is. Als de schade afhankelijk is van de waterhoogte bij overstromen, is er op korte termijn geen verschil in de berekende middenkans. Maar bij dijkverhoging is er wel een verlagend effect op de optimale overstromingskansen.

Als de schade niet afhankelijk wordt gedacht van de waterhoogte, maar van de kans op de overstroming, liggen de zaken veel ingewikkelder en moet eerst de vorm van de afhankelijkheid worden gespecificeerd. Als de schade afhankelijk wordt gemaakt van het verschil tussen waterhoogte en dijkhoogte, is er geen invloed op de middenkans op voorwaarde dat we in de berekening de gemiddelde schade bij overstromen gebruiken en niet de kleinste mogelijke. Dit is met name van belang bij de bepaling van normen voor 'doorbraakvrije' dijken, want dan is de kleinste schade van een overstroming afgerond nul.

<sup>2</sup> Voor alle duidelijkheid: het gaat hier dus niet om de invloed van de (trendmatige) stijging van waterspiegels op de stijging van de *overstromingskansen*. Dit heeft altijd al in het model gezeten. Hier gaat het er om dat de specifieke omstandigheden tijdens een overstroming kunnen leiden tot een andere omvang van de *schade bij overstromen*.

### Leeswijzer

In paragraaf 2 wordt het model beschreven waarin de schade bij overstromen afhankelijk wordt gemaakt van de waterhoogte bij overstromen. In paragraaf 3 wordt daaruit de middenkans afgeleid en de vergelijking gemaakt met de eenvoudige berekening van de middenkans. Hoewel de formulering ‘afhankelijkheid van de waterhoogte’ inhoudt dat er ‘afhankelijkheid van de kans op die overstroming’ is, staat in paragraaf 4 de waarschuwing dat de eerste formulering niet zonder meer vervangen mag worden door de tweede formulering. De formulering ‘afhankelijkheid van de kans op die overstroming’ is ruimer en in dit geval is er niet altijd een simpele oplossing voor handen. Die is er wel als de schade afhankelijk wordt gemaakt van het verschil tussen waterhoogte en dijkhoogte. Dit geval, zo blijkt uit paragraaf 5, is onder andere relevant bij ‘doorbraakvrije’ dijken.

## 2 Schade bij overstromen afhankelijk van de waterhoogte<sup>3</sup>

Er is veel voor te zeggen om in het model voor de optimale investeringsstrategie tegen overstromen de omvang van de schade bij overstromen afhankelijk te maken van de waterhoogte bij overstromen.<sup>4</sup> Dit compliceert het model omdat er dan een relatie ontstaat tussen de schade bij overstromen en de kans op overstromen. Daarom kunnen overstromingskans en schade bij overstromen niet langer zonder meer met elkaar worden vermenigvuldigd. De verwachte schade per jaar volgt nu uit de integraal over beide factoren tegelijk.

Om de afleiding niet nodeloos te compliceren laten we de factoren met de stijgingen in de tijd bij beide variabelen (economische groei en verslechtering watersysteem) even weg en hetzelfde doen we met de afhankelijkheid van de schade van de hoogte van de dijk. Deze verschijnselen hangen niet samen met de waterhoogte en blijven dus buiten de nieuwe integraal.

### Kans op extreme waterhoogte

We gebruiken dezelfde exponentiële verdeling van extreme waterhoogten als ten grondslag ligt aan het eenvoudige geval:

$$p(W) = P_o \alpha e^{-\alpha w} \quad \text{voor } w = W - H_o \geq 0 \quad (2.1)$$

<sup>3</sup> Paragraaf 2 is tot en met (2.5) bijna identiek aan Eijgenraam (2006) par. 3.7. De parameters en variabelen betekenen zoveel mogelijk hetzelfde als in andere stukken, maar volledige gelijkheid met alle stukken die er inmiddels zijn, is niet meer mogelijk.

<sup>4</sup> Het woord waterhoogte moet hier niet al te letterlijk worden genomen. Eigenlijk gaat het om de hydraulische belastingen, bijvoorbeeld door golfploop, die samenhangen met bepaalde waterhoogten bij overstroom. In het tekstvak wordt nog een andere aanname behandeld.

## Overstroming als gevolg van de combinatie waterhoogte en breekbaarheid

Hoewel het model voor waterveiligheid echt gaat over overstromingen en de kans daarop, zijn sommige formuleringen nog simpel gehouden en min of meer ontleend aan een eenvoudiger veiligheidsconcept, namelijk de overschrijdingskans. In dit concept wordt ervan uitgegaan dat er beneden een zekere waterhoogte (of belasting) nooit een doorbraak van de dijk en dus geen overstroming kan plaatsvinden, terwijl er bij overschrijding van die hoogte altijd een grote overstroming plaatsvindt omdat de dijk dan altijd doorbreekt. Vandaar dat het in de berekening van de overstromingskans in vergelijking (2.2) volstaat om de kansen te integreren (op te tellen) van de waterhoogten die uitstijgen boven een bepaalde stand die afhangt van de hoogte van de dijk. De werkelijkheid is minder zwart/wit. In die 'maatgevende' dijkhoogte ( $H_t$ ) zijn namelijk een aantal veiligheidsmarges ingebouwd, bijvoorbeeld voor golfoploop, zodat die hoogte niet zonder meer gelijk is aan de kruin van de dijk. Bovendien is het niet zo dat de dijk doorbreekt bij de eerste druppel water die er over heen loopt, maar er mag nog heel wat water over heen lopen tot aan het kritische overslagdebiet. Als we dit preciezer willen beschrijven, en dat kan juist voor de in dit memorandum beschreven problematiek nuttig zijn, dan moeten we om te beginnen de waterhoogte en de kans op doorbraak gegeven die waterhoogte eerst afzonderlijk modelleren en daarna combineren.

Voor de waterhoogte kunnen we dan nog steeds vergelijking (2.1) gebruiken. Voor de (gecumuleerde) voorwaardelijke kans op doorbreken gegeven een waterhoogte wordt een breekbaarheidscurve (fragility curve) gebruikt. In het algemeen heeft die een S-vormig, maar wel steil verloop. Vandaar dat het voor sommige toepassingen niet erg is om de breekbaarheidscurve af te ronden op 0 (nul) voor waterstanden tot aan  $H_t$  en 1 (één) boven  $H_t$  zoals impliciet gebeurt in (2.2). Meer algemeen wordt de formulering van de overstromingskans:

$$P(H_t) = P_t = \int_0^{\infty} B(H_t | W) p(W) dW$$

waarin  $B$  (gecumuleerde) kans op doorbraak bij dijkhoogte  $H_t$  en alle waterhoogten tot  $W$

Toch blijft deze definitie van de breekbaarheidscurve nog wat hangen in het idee dat iedere overstroming dezelfde schade oplevert. Eigenlijk moet het dus niet gaan om de breekbaarheidscurve, maar om de curve die aangeeft wat de schade is die – wellicht gemiddeld – kan optreden bij de combinatie van de dijk en waterstanden. In paragraaf 5 staat een voorbeeld van een formulering die daarbij in de buurt komt en aan het einde van die paragraaf gaan we in op wat we echt nodig hebben om alles goed aan elkaar te knopen.

- waarin:
- $p$  exponentiële dichtheidsfunctie van (extreme) waterhoogten
  - $w$  waterhoogte boven de hoogte van de dijk in de uitgangssituatie
  - $W$  waterhoogte boven NAP (of ander referentieniveau)
  - $H_o$  hoogte van de dijk in de uitgangssituatie boven NAP (of ander referentieniveau)
  - $P_o$  schaalparameter (die gelijk is aan de overstromingskans) die hoort bij  $H_o$

Het proces dat de waterhoogten veroorzaakt (bijvoorbeeld de storm), is dus volgens (2.1) niet afhankelijk van de hoogte van de dijk. Dat geldt natuurlijk wel voor de actuele overstromingskans  $P_t$ . Want  $P_t$  wordt gevonden door integratie van (2.1) over alle waterstanden  $W > H_t$  die tot een overstroming leiden:

$$P(H_t) = P_t = \int_{H_t}^{\infty} p(W) dW = P_o \int_{h_t}^{\infty} \alpha e^{-\alpha w} dw = P_o e^{-\alpha h_t} \quad (2.2)$$

met  $h_t = H_t - H_o$

### Schade bij overstromen

We nemen aan dat de schade bij meer extreme waterhoogten dan de laagste waterhoogte die bij de dijkhoogte in de uitgangssituatie een overstroming veroorzaakt, over een redelijk interval kan worden benaderd met een exponentiële functie:

$${}^{\varepsilon}V(W) = V_o e^{\varepsilon w} \quad \text{voor } w = W - H_o \geq 0 \quad (2.3)$$

waarin:  $V_o$  schade die bij  $H_o$  optreedt als de waterhoogte  $w$  net positief is

Om onderscheid te kunnen blijven maken tussen variabelen in het eenvoudige model met vaste schade en het model waarin de parameter  $\varepsilon$  voorkomt, zullen we de variabelen in het uitgebreide model voorzien van de bovenindex  $\varepsilon$ , zoals in (2.3).

Merk op dat de schade in (2.3) zelf niet afhankelijk is gedacht van de hoogte van de dijk, afgezien natuurlijk van het feit dat de dijkhoogte bepalend is voor het optreden van een overstroming. Maar bij iedere overstroming die plaatsvindt, is volgens (2.3) alleen de waterhoogte bepalend voor de schade. Dit kan komen doordat een hogere waterhoogte direct meer schade veroorzaakt, zoals bijvoorbeeld aangegeven door de schadecurve in de schademodule van het HIS.<sup>5</sup> Maar het kan ook komen door overstroming van meer compartimenten als de waterkeringen rond die compartimenten niet gelijktijdig met de hoofdkering worden verhoogd. Het niet hoeven verhogen van alle keringen is juist het voordeel van de aanleg van B-keringen, die niet direct een dijkkring beschermen maar dijkkringen verbinden door zeegaten af te sluiten. Voorbeelden zijn de Afsluitdijk en de Oosterscheldekering. Zolang de B-kering voldoet, hoeven de achterliggende keringen alleen voldoende zijn om het aangrenzende water te keren. In paragraaf 5 behandelen we het geval dat de variabele schade wel mede afhankelijk is van de dijkhoogte.

### Verwachte schade per jaar

Integratie van het product van (2.1) en (2.3) over alle mogelijke schade veroorzakende waterhoogten boven de actuele dijkhoogte  $H_t$  geeft de verwachte schade per jaar:

<sup>5</sup> Denk bijvoorbeeld aan de schade in de in 1953 overstroomde dijkkringen. Daarvoor was de waterhoogte bepalend.

$${}^{\varepsilon}S_t = \int_{H_t}^{\infty} p(W) {}^{\varepsilon}V(W) dW = S_o \frac{\alpha}{\alpha - \varepsilon} \int_{h_t}^{\infty} (\alpha - \varepsilon) e^{-(\alpha - \varepsilon)w} dw = {}^{\varepsilon}S_o e^{-\theta h_t} \quad (2.4)$$

$$\text{met } \theta = \alpha - \varepsilon > 0 \quad (2.5)$$

$${}^{\varepsilon}S_o = P_o V_o \frac{\alpha}{\alpha - \varepsilon}$$

De reden dat moet gelden  $\varepsilon < \alpha$ , is dat de verwachte schade eindig moet zijn.<sup>6</sup> Dit kan alleen als de schade bij overstromen in (2.3) bij extremere omstandigheden minder hard stijgt dan de kans op de bijbehorende extremere waterstand in (2.1) daalt. In de praktijk is dat op den duur altijd het geval, want de maximale schade binnen de dijkkring is uiteindelijk eindig.<sup>7</sup> Boven een zekere, eigenlijk niet meer voorstelbare waterstand is  $V$  dus weer constant. Formule (2.3) geeft bij onvoorstelbaar hoge waterstanden dus een overschatting van de schade bij overstromen. Maar omdat de kans daarop ook onvoorstelbaar klein is, is de invloed daarvan op (2.4) toch beperkt. Het is duidelijk dat bij  $\varepsilon = 0$  weer het eenvoudige model ontstaat.

De weggelaten factoren over de ontwikkelingen in de tijd en de afhankelijkheid van de schade bij overstromen van de hoogte van de dijk zijn zonder meer aan (2.1) en (2.3) toe te voegen en verschijnen op de gebruikelijke manier in (2.4) en (2.5). De formulering aan de rechterkant van (2.4) is dan formeel exact gelijk aan die in het eenvoudige model en dus kunnen alle formules voor uitkomsten van het eenvoudige model ook rechtstreeks worden toe gepast op de variabelen en parameters in het uitgebreide model, mits de juiste terugvertaling plaatsvindt, zoals voor de samenvattende standaardparameter  $\theta$  in (2.5).

### Alternatieve afleiding

Met het oog op het gebruik later in deze notitie geven we hieronder een alternatieve afleiding van (2.4) en (2.5), waarin we ook direct de mogelijkheid meenemen dat de schade bij overstromen mede afhankelijk is van de dijkhoogte. Na een dijkverhoging kan de waterstand bij een overstroming binnen een dijkkring verder stijgen voor het over de rand verder stroomt, wat meer schade veroorzaakt bij overstromen, vooral langs de rivieren. De formulering is de bekende, waarin de schade bij overstromen exponentieel toeneemt met de dijkhoogte boven de uitgangssituatie ( $h$ ) met parameter  $\zeta$ . In deze afleiding gebruiken we weer de oude definitie ‘verwachte schade is kans maal gevolg’.

In de bepaling van het ‘gevolg’ moet dan wel rekening worden gehouden met alle mogelijke schadebedragen die op tijdstip  $t$  mogelijk zijn, zoals beschreven in (2.3). De enige manier om dit consistent te doen is het gemiddelde van de schades te gebruiken door ieder mogelijk schadebedrag te wegen met de (voorwaardelijke) kans op optreden. Die voorwaarde is dat de

<sup>6</sup> Wiskundig geformuleerd: de integraal in (2.4) moet convergent zijn.

<sup>7</sup> Wel kan er, afhankelijk van de ligging van de dijkkring, meer cascaderwerking optreden naar andere dijkkringen.

dijk inmiddels de hoogte  $H_t$  heeft bereikt. Dit leidt tot de volgende formule voor de gemiddelde schade bij overstromen op tijdstip  $t$ , waarin bij de overgang naar de tweede regel gebruik wordt gemaakt van (2.2):

$$\begin{aligned} {}^{\varepsilon\zeta}\bar{V}_t &= \int_{H_t}^{\infty} \frac{P(W)}{P_t} {}^{\varepsilon\zeta}V(W) dW = \frac{P_o V_o e^{\zeta h_t}}{P_t} \frac{\alpha}{\alpha - \varepsilon} \int_h^{\infty} (\alpha - \varepsilon) e^{-(\alpha - \varepsilon)w} dw = \\ &= e^{\alpha h_t} V_o e^{\zeta h_t} \frac{\alpha}{\alpha - \varepsilon} e^{-(\alpha - \varepsilon)h_t} = \frac{\alpha}{\alpha - \varepsilon} V_o e^{(\zeta + \varepsilon)h_t} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Merk op dat uit het rechterlid van (2.6) blijkt dat de invloed van de waterhoogte via  $\varepsilon$  op  $V$  niet dezelfde is als die van de dijkhoogte via  $\zeta$ . In het rechterlid van (2.6) komt de waterhoogte als zodanig niet meer voor, maar alleen een constante ophogingsfactor voor de schade en een sprongeffect bij dijkverhoging. Het rechterlid van (2.6) is dus formeel gelijk aan de klassieke formulering van de schade bij overstromen, zodat ook de verwachte jaarlijkse schade weer uitgerekend kan worden als het product van de rechterleden van (2.2) en (2.6).<sup>8</sup>

$${}^{\varepsilon\zeta}S_t = P_t {}^{\varepsilon\zeta}\bar{V}_t = S_o \frac{\alpha}{\alpha - \varepsilon} e^{-(\alpha - \varepsilon - \zeta)h_t} = {}^{\varepsilon\zeta}S_o e^{-\theta h_t} \quad (2.7)$$

$$\text{met} \quad \theta = \alpha - \varepsilon - \zeta > 0 \quad (2.8)$$

$${}^{\varepsilon\zeta}S_o = P_o V_o \frac{\alpha}{\alpha - \varepsilon} = {}^{\varepsilon}S_o$$

Als we (2.7) vereenvoudigen door  $\zeta = 0$  te kiezen, krijgen we weer (2.4) en (2.5) terug.

### 3 Vergelijking van de middenkansen in de twee modellen

#### 3.1 Theoretische afleiding met een benaderingsformule voor de middenkans

Met de formules die in de vorige paragraaf zijn afgeleid, is het nu mogelijk om te bekijken wat de invloed van de modeluitbreiding is op de toetsnorm in de vorm van de middenkans. In het eenvoudige model volgt de middenkans uit een definitievergelijking waarin het ‘midden’ van het interval voor de verwachte jaarlijkse schade wordt gedeeld door de actuele schade bij overstromen. Het ‘midden’ van de verwachte jaarlijkse schade is oorspronkelijk gedefinieerd als het gemiddelde van de verwachte jaarlijkse schades gedurende een periode tussen twee

<sup>8</sup> Het definiëren van  $V$  met behulp van het rechterlid van (2.6) (vanzelfsprekend aangevuld met economische groei) is – met de aangepaste definitie van  $\theta$  in (2.8) – dan ook de meest eenvoudige manier om de rekenprogramma's aan te passen. Deze definitie werkt goed bij iedere niet-negatieve waarde van  $\zeta$  en  $\varepsilon$  waarvoor geldt:  $\theta = \alpha - \zeta - \varepsilon > 0$ .

optimale investeringen, zie Eijgenraam (2006). Dit geval wordt besproken in paragraaf 3.2. Maar in de praktijk is het veel belangrijker wat bij de eerstvolgende verbetering de norm zou moeten zijn, zie Eijgenraam (2009).<sup>9</sup> Deze formule voor een onvolledige periode is het meest geschikt om inzicht te krijgen in het effect van een variabele schade bij overstromen.

### De middenkans voor de beginperiode in het eenvoudige model

Voor de beginperiode geldt in het eenvoudige model ( $\varepsilon = \zeta = 0$ ) voor (het ‘midden’ van) de optimale verwachte schade, dat wil zeggen de optimale streefwaarde voor het restrisico:

$$\bar{S}_t = \delta \frac{1}{\theta} \frac{I_t(y)}{y} \equiv \delta \frac{1}{\alpha} \pi_t \quad (3.1)$$

waarin	$\delta$	disconteringsvoet
	$I$	investeringskosten
	$y$	optimale omvang eerstvolgende investering
	$1/\alpha$	nepereringshoogte, d.w.z. de dijkverhoging die de overstromingskans met een factor $e$ vermindert
	$\pi$	investeringskosten per eenheid verhoging

De middenkans volgt dan uit de definitievergelijking:

$$\bar{P}_t \equiv \frac{\bar{S}_t}{V_t} \quad (3.2)$$

waarin  $\bar{P}$  middenkans

Uit de in de vorige paragraaf afgeleide formules (2.6) tot (2.8) wordt duidelijk dat het variabel maken van de schade op drie plaatsen effect heeft op de middenkans:

1. De vaste waarde voor de schade moet in (3.2) worden vervangen door de verwachting van de schade bij overstromen (2.6), d.w.z. het gewogen gemiddelde van alle mogelijke schades;
2. Als dijkverhoging niet alleen een effect heeft op de overstromingskans maar ook op de schade(verwachting), dan moet de omvang van de standaardinvestering  $1/\theta$  groter worden en wordt de parameter  $\theta$  dus kleiner, zie (2,8);

<sup>9</sup> Dezelfde formule volgt ook uit een andere benadering en wel in de vorm van de limiet van het schade-interval als de vaste kosten naar nul gaan, terwijl de gemiddelde kosten per eenheid verbetering ( $\pi$ ) gelijk blijven, zie Eijgenraam (2006) formule (A.47).



3. Omdat de optimale omvang van de investering wijzigt, zal er ook een meestal kleine verandering optreden in de gemiddelde kosten per eenheid verhoging  $\pi$ .

In het navolgende zullen we vooral aan de eerste twee effecten op de hoogte van de toetsnorm aandacht besteden.

### De middenkans in het uitgebreide model

Voor de beginperiode geldt voor (het 'midden' van) de verwachte schade in het uitgebreide model:

$${}^{\varepsilon\zeta}\bar{S}_t = \delta \frac{1}{\theta} \frac{{}^{\varepsilon\zeta}I_t({}^{\varepsilon\zeta}y)}{{}^{\varepsilon\zeta}y} \equiv \delta \frac{1}{\alpha - \zeta - \varepsilon} {}^{\varepsilon\zeta}\pi_t \quad (3.3)$$

Omdat in (2.6) en (2.7) is gebleken dat  $\zeta$  (effect dijkhoogte) en  $\varepsilon$  (effect waterhoogte) niet overal in de formules op dezelfde manier voorkomen, is in (3.3) met beide rekening gehouden, hoewel er vermoedelijk geen dijkringen zijn waarin beide verschijnselen tegelijk relevant zijn. (Zie echter ook paragraaf 5.)

De verwachting van de actuele schade bij overstromen is reeds afgeleid in (2.6). Deling van (3.3) door (2.6) geeft de middenkans in het uitgebreide model:

$$\begin{aligned} {}^{\varepsilon\zeta}\bar{P}_t &\equiv \frac{{}^{\varepsilon\zeta}\bar{S}_t}{{}^{\varepsilon\zeta}\bar{V}_t} = \frac{\delta {}^{\varepsilon\zeta}\pi_t}{V_o e^{\gamma t} e^{(\zeta+\varepsilon)h_t}} \frac{\alpha - \varepsilon}{\alpha(\alpha - \zeta - \varepsilon)} \\ &= \bar{P}_t \frac{{}^{\varepsilon\zeta}\pi_t}{\pi_t} e^{-(\zeta+\varepsilon)h_t} \frac{(\alpha - \varepsilon)}{(\alpha - \zeta - \varepsilon)} \end{aligned} \quad (3.4)$$

waarin  $\gamma$  tempo van economische groei

Bij de overgang naar de tweede regel is de middenkans in het eenvoudigste geval  $\bar{P}$  ingevuld, d.w.z. het resultaat van (3.1) en (3.2) met  $\zeta = \varepsilon = 0$ . De andere factoren in het rechterlid van (3.4) weerspiegelen dan de verschillen tussen de middenkans in de meer ingewikkelde gevallen en die in het eenvoudige geval. Door vereenvoudiging van (3.4) volgt eerst het bekende geval met  $\varepsilon = 0$  en  $\zeta > 0$  in (3.5) en daarna het nieuwe in (3.6):

$${}^{\zeta}\bar{P}_t = \bar{P}_t \frac{{}^{\zeta}\pi_t}{\pi_t} \frac{\alpha}{\alpha - \zeta} e^{-\zeta h_t} \quad (3.5)$$

$$\varepsilon \bar{P}_t = \bar{P}_t \frac{\varepsilon \pi_t}{\pi_t} e^{-\varepsilon h_t} \quad (3.6)$$

De verschillen tussen de diverse gemiddelde kosten per mm verhoging ( $\pi$ ) zijn bijna verwaarloosbaar klein, zodat we ons kunnen beperken tot de laatste factoren. In beide gevallen ontstaat er een duidelijke verlaging van de middenkans zodra  $h_t > 0$ . Dat geldt volgens (3.4) des te sterker als bij een dijkkring beide parameters positief zouden zijn. Dit is het directe effect van een grotere schade op de overstromingskans bij een gelijkblijvend restrisico. Maar er is een verschil tussen (3.5) en (3.6) dat vooral opvalt zolang  $h$  nog nul is, dat wil zeggen voorafgaand aan de eerste verhoging. Bij  $\zeta > 0$  is er wel altijd een niveauverhogend effect op de middenkans, maar dit niveau-effect is er per saldo niet bij  $\varepsilon > 0$ . Door  $\zeta > 0$  is het effect van dijkverhoging op de verwachte schade kleiner dan overeenkomt met de daling van de overstromingskans en daarom neemt de optimale omvang van de dijkverhoging wat toe. Maar deze compensatie is niet volledig, omdat daardoor de totale kosten van schadebeperking toenemen. Het optimale restrisico wordt daardoor groter en dus neemt de middenkans om deze reden wat toe. Bij  $\varepsilon > 0$  is dit anders. Wel is net als bij  $\zeta > 0$  het optimale restrisico groter dan dat in het eenvoudige model, omdat  $\theta < \alpha$ . Maar bij de berekening van de middenkans valt bij  $\varepsilon > 0$  dit ‘directe’ effect van de omvang (in de teller) weg tegen dezelfde factor bij de actuele gemiddelde schade bij overstromen (in de noemer). Op korte termijn heeft  $\varepsilon$  dus geen effect op de toetsnorm, terwijl  $\zeta$  dat volgens (3.3) wel heeft.<sup>10</sup>

Voorafgaand aan de eerste verhoging is er bij  $\varepsilon > 0$  dus geen verschil met de toetsnorm in het eenvoudige geval. Dit is precies omgekeerd aan wat wellicht zou worden verwacht van het verwaarlozen van de mogelijkheid van hogere schades. Maar dit wordt anders na een dijkverhoging. De dijkverhoging zorgt er namelijk voor dat de kleinste schades niet meer kunnen optreden. Daardoor is het gemiddelde van de overblijvende schades groter dan het vorige gemiddelde. Het totaal resulterende effect bij dijkverhoging is bij  $\varepsilon$  groter dan bij een gelijke waarde voor  $\zeta$ , omdat de compenserende factor ontbreekt.

### Andere modelresultaten

De hier boven besproken verschillen tussen de effecten van dijkhoogte en waterhoogte op de middenkans gelden niet op dezelfde manier voor andere modelgrootheden. Bij iedere variabele kan het verschil anders liggen. Zo is de omvang van het herhalingsinterval alleen afhankelijk van  $\theta$ . Zolang bij een vergelijking tussen twee dijkringen een andere waarde voor  $\varepsilon$  toevallig zou wegvallen tegen een andere waarde voor  $\zeta$ , verandert daardoor de lengte van dat interval niet. Maar de schade bij overstromen is in dat geval wel verschillend, zie (2.6), en dus wordt er

<sup>10</sup> Vanzelfsprekend op voorwaarde dat (2.3) een redelijke benadering geeft van die grotere schademogelijkheden.

bij  $\varepsilon > 0$  eerder, dan wel in het eerste jaar meer, geïnvesteerd dan bij een gelijke waarde voor  $\zeta$ . Daardoor is er in latere jaren ook een klein verschil in gemiddelde kosten per mm verhoging.

### 3.2 Empirische resultaten

Ter controle van de theoretische resultaten zijn de middenkansen berekend voor dijkringen in de buurt van de kust waarvoor in het kader van het project Ruimte voor de Rivier cijfers zijn verzameld. De vergelijking voor V is aangepast volgens (2.6); in de rest van het model zijn dan (behalve in  $\theta$ ) geen aanpassingen meer nodig. Verder is een uniforme disconteringsvoet van 4% gebruikt, zoals in de KBA voor Ruimte voor de Rivier. Omdat de resultaten een puur illustratief en vergelijkend karakter dragen, is voor  $\varepsilon$  per dijkkring steeds dezelfde waarde gebruikt als (toen) voor  $\zeta$  is gebruikt.

De middenkans is uitgerekend voor 2016 (in Tabel 3.2) met de formule voor het echte midden van de verwachte jaarlijkse schade gedurende een periode tussen twee investeringen. Dat kan omdat in al deze dijkringen direct in 2015 een dijkverhoging gereed moet zijn. De middenkansen hebben dus steeds betrekking op de periode die start in 2015 en meestal loopt tot ongeveer 2070. De cijfers voor 2015 (in Tabel 3.1) zijn uitgerekend alsof deze periode een standaardinterval is en met de schade bij overstromen zoals die is ‘voorafgaand’ aan de dijkverhoging (PmidA). De middenkansen zijn in de tabellen weergegeven met 6 cijfers achter de komma met weglating van die komma en de voorloopnullen. 1000 betekent dus 1 /1000 per jaar; 500 betekent 1/2000 per jaar.

Resultaten voor 2015 staan in Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Middenkansen voor dijkringen langs de benedenrivieren in 2015 (PmidA)		$\alpha / (\alpha - \zeta)$	$\varepsilon = 0 = \zeta$	$\varepsilon > 0 \wedge \zeta = 0$	$\varepsilon = 0 \wedge \zeta > 0$
		1/10 <sup>6</sup> jaar			
15	Lopiker- en Krimpenewaard	1,082	429	430	465
16	Alblasserwaard en Vijftheerenlanden	1,033	497	497	514
22	Eiland van Dordrecht	1,042	368	362	377
24	Land van Altena	1,092	1084	1050	1147
35	Donge	1,129	687	695	784

Tabel 3.1 laat precies de verschillen zien die op grond van (3.5) en (3.6) mogen worden verwacht bij  $h_0 = 0$ . Geen echt verschil in middenkans door  $\varepsilon > 0$  (vergelijk kolom 5 met kolom 4) en het relatieve verschil bij  $\zeta > 0$  (vergelijk kolom 6 met kolom 4) komt overeen met de factor in kolom 3.

De schade in het daaropvolgende jaar 2016 is niet alleen gestegen door economische groei, maar in de laatste twee kolommen ook door de ophoging van de dijk in het voorafgaande jaar. Het effect van de dijkverhoging op de middenkans door  $\varepsilon > 0$  staat in kolom 3.

**Tabel 3.2 Middenkans voor dijkringen langs de benedenrivieren (2016, uit gemiddelde over de periode)**

	$\exp(-\varepsilon h_1)$	$\varepsilon = 0 = \zeta$	$\varepsilon > 0 \wedge \zeta = 0$	$\varepsilon = 0 \wedge \zeta > 0$
		$1/10^6$ jaar		
15 Lopiker- en Krimpenerwaard	0,765	507	398	426
16 Alblasserwaard en Vijfheerenlanden	0,893	543	489	502
22 Eiland van Dordrecht	0,865	357	308	320
24 Land van Altena	0,767	1098	851	923
35 Donge	0,714	876	659	727

Ook nu zijn de verschillen goed te duiden:

- Ten eerste zijn de middenkansen in 2016 gestegen ten opzichte van 2015 omdat de investeringskosten een sprong omhoog hebben gemaakt. Dit is het beste zichtbaar door de vierde kolom in beide tabellen met elkaar te vergelijken. Omdat dit niveau-effect op de kosten sterk verschilt per dijkkring, lopen deze effecten sterk in omvang uiteen.
- De verschillen tussen de middenkansen in de vierde en zesde kolom van Tabel 3.2 komen zeer goed overeen met het product van de correctiefactoren in de derde kolom van beide tabellen, zoals het ook staat in (3.6). Zo is dit product voor dijkkring 22 0,9 en er zit ook afgerond 10% verschil tussen 357 in kolom 4 en 320 in kolom 6. Dit geldt ook voor de andere dijkringen. Daar de verhogingen in 2015 verschillen tussen de kolommen, verschillen ook de kosten iets en reteren er dus kleine afwijkingen.
- De middenkansen in de vijfde kolom van Tabel 3.2 zijn zowel iets hoger dan het product van de derde en vierde kolom (zoals volgt uit (3.6)), als iets hoger dan de zesde kolom gedeeld door de correctiefactor in de derde kolom van Tabel 3.1 (zoals volgt uit deling van (3.5) en (3.6)). De kleine afwijkingen omhoog komen omdat de gemiddelde investeringskosten in kolom 5 een klein beetje hoger zijn dan die in de andere kolommen.

### Conclusie

De conclusie is dus dat het in de KKBA WV21 weglaten uit de berekening van een mogelijk effect van hogere schade bij meer extreme omstandigheden ( $\varepsilon > 0$ ) niet leidt tot een te hoge middenkans op overstromen op korte termijn. De berekende getallen behoeven dus om deze reden geen correctie.

Maar *na* de volgende verhoging is in de huidige berekening wel een correctie nodig.<sup>11</sup> Daar de omvang van  $\varepsilon$  fors kan zijn – de oorspronkelijke box 9 in het concept van de KKBA WV21 suggereert een waarde  $\varepsilon \approx 0,25\alpha \approx 0,0065$  voor dijkkring 14 Centraal Holland, dat is ongeveer het dubbele van de waarden hier gebruikt in de tabellen –, is nader onderzoek naar het optreden van dit verschijnsel en de grootte ervan relevant voor de definitieve KBA Waterveiligheid.

## **4 Schade afhankelijk van de ‘overstromingskans’**

### **4.1 De dijkkring is 1 traject**

Het verschijnsel dat extremere (weers)omstandigheden kunnen leiden tot extremere overstromingen en daarmee tot extremere schade, wordt ook wel aangeduid met de formulering dat ‘de schade bij overstrooming afhangt van de overstromingskans’. Dit is een verwarrende formulering omdat een overstromingskans, zoals blijkt uit (2.2), de som is van alle afzonderlijke kansen op waterhoogten die een overstroming veroorzaken. De overstromingskans is altijd maar één getal, dat uitsluitend afhankelijk is van de dijkhoogte en juist niet van de omstandigheden bij een specifieke overstroming. Letterlijk genomen is de kop van deze paragraaf dus altijd een onzinnige formulering.

Maar ook de aangepaste formulering dat ‘de schade van een overstroming samenhangt met de kans daarop’, is niet helder. Het is dan namelijk nog niet duidelijk hoe die samenhang er uit ziet. Weliswaar is het model in paragraaf 2 om te schrijven naar een model waarin de schade omgekeerd afhangt van de kans op een waterhoogte, maar die omschrijving is heel moeizaam. Reden is dat daardoor alle in (de uitgebreide versie van) (2.1) voorkomende parameters impliciet in die omschrijving van de schade worden opgenomen, dus ook  $P_0$  (die afhangt van de dijkhoogte!) en de snelheid van verandering van het watersysteem in de tijd. Er kunnen dan snel allerlei fouten worden gemaakt bij de omrekening van waargenomen variabelen, zoals de schade in de uitgangssituatie, en het getal dat na alle omrekeningen voor die variabelen in het model moet worden gebruikt. Kortom, als men eigenlijk bedoelt dat schade afhankelijk is van de ernst van de omstandigheden die de overstroming veroorzaken, dan is het veel handiger om dat dan ook zo in het model te zetten. Dat kan alleen de waterhoogte zijn, zoals in paragraaf 2 en 3, maar het kan ook het verschil zijn tussen waterhoogte en dijkhoogte zoals in paragraaf 5 staat. Deze modelleringen leiden tot verschillende resultaten, hetgeen opnieuw illustreert hoe belangrijk het is om aan te geven waar het in een concreet geval om gaat en niet te blijven steken in een algemene formulering.

<sup>11</sup> Als de berekening over enige jaren na een dijkverhoging wordt overgedaan met actuele cijfers, vervalt die noodzaak tot correctie weer omdat de aanpassing dan al is meegenomen in de actualisatie van de cijfers voor de schade bij overstrooming.

## 4.2 De dijkkring omvat meer dan 1 traject

Het kan echter zijn dat met de formulering 'schade afhankelijk van de kans op die overstroming' eigenlijk iets anders wordt bedoeld dan waterhoogte, namelijk 'schade afhankelijk van de locaties van doorbraak'. Zolang doorbraak onder extreme omstandigheden op locatie B inhoudt dat er dan altijd al een doorbraak op locatie A met een hogere overstromingskans is opgetreden, past dit geval weer in de modellen van paragraaf 2 of paragraaf 5. Een voorbeeld is als er langs een traject onder extremere omstandigheden meer bressen ontstaan, die ieder meer schade toevoegen aan (andere) delen van de dijkkring of de uiteindelijke waterhoogte doen stijgen. Dit is het geval van volledige afhankelijkheid en is er dus maar één dijkringdeel. Wel is dan te verwachten dat bij een algehele dijkverhoging de kans op meer bressen mee schuift met de dijkverhoging, wat een van de redenen kan zijn om het model in paragraaf 5 te gebruiken.

Maar als de omstandigheden waaronder locatie B (met een zeer lage overstromingskans) faalt, niet automatisch inhouden dat ook de kering op locatie A met een hogere overstromingskans faalt (bijvoorbeeld omdat locatie A anders ligt ten opzichte van de wind), gaat het om een ander geval. In feite gaat het dan over een dijkkring met twee of meer trajecten, waarbij de variabelen en parameters per traject verschillen. Wellicht toevallig gaat dan een lage overstromingskans in de Ausgangssituatie op locatie B gepaard met een grotere schade bij overstromen dan op locatie A.

Als de omstandigheden waaronder A of B faalt, zelfs zo sterk van elkaar verschillen dat het zeer onwaarschijnlijk is dat beide tegelijk falen, gaat het om onafhankelijke oorzaken. In dit geval spreken we over verschillende dijkringdelen en kan het model het beste apart worden toegepast op ieder dijkringdeel afzonderlijk. Per dijkringdeel kan dan natuurlijk weer het model uit paragraaf 2 of dat uit paragraaf 5 van toepassing zijn.

Het lastigst is een tussenliggende situatie waarin er wel correlatie is tussen de kans op falen bij A en die bij B, maar geen complete afhankelijkheid. In dit geval werken de modellen in paragraaf 2 en 5 niet goed, maar het gaat dan nog erger fout bij een formulering van de schade als afhankelijk van de overstromingskans. Als zo'n situatie met correlatie zich in de praktijk voordoet, lijkt het vooralsnog het beste om eerst de onafhankelijke resultaten uit te rekenen en daarna na te gaan hoe de afhankelijkheid de resultaten zal beïnvloeden.

### Conclusie

Vermoedelijk zijn de meeste oorzaken van overstromen op verschillende locaties in de praktijk óf sterk gecorreleerd en kunnen dan als volledig afhankelijk worden behandeld, óf niet (of negatief) gecorreleerd en kunnen dan als onafhankelijk worden behandeld. Maar als toch het tussenliggende geval van toepassing is, helpt het niet om de schade bij overstromen afhankelijk

te maken van de overstromingskans die niet afhankelijk is van de waterhoogte, maar uitsluitend van de dijkhoogte.

## 5 Schade bij overstromen afhankelijk van het verschil tussen waterhoogte en dijkhoogte<sup>12</sup>

In formule (2.3) is de schade bij overstromen alleen afhankelijk gemaakt van de waterhoogte en zijn enige situaties geschetst waarvoor dit een goede benadering lijkt. Maar er zijn ook omstandigheden denkbaar waarbij de mogelijkheid van extremere schades opschuift met de verhoging van de dijk. Bijvoorbeeld als die extremere schade wordt veroorzaakt door het feit dat er meer bressen gaan ontstaan. Dijkverhoging, die altijd gepaard gaat met dijkversterking, doet zo'n moment opschuiven. De mogelijkheid van extremere schade hangt dan meer af van de hoogte waarmee de waterstand de dijkhoogte overtreft. Dit lijkt ook van belang bij 'doorbraakvrije' dijken. Dit type dijken wordt zo gemaakt dat er bij een extreme belasting geen bres ontstaat, waardoor de zekerheid van een grote schade bij iedere overstroming verdwijnt. Bij overloop werkt een doorbraakvrije dijk als een overlaat. De schade is dan eerder afhankelijk van de hoeveelheid water die in de dijkring loopt. En deze hoeveelheid water is op zijn beurt vermoedelijk afhankelijk van de hoogte van de waterstroom die over de dijk loopt. Samengevat is de schade dan afhankelijk van het verschil tussen waterhoogte en dijkhoogte.<sup>13</sup> Voor dit geval kan de volgende formulering dienen als een benadering:

$${}^{\mu}V_t(W) = V_o e^{\mu(w-h_t)} \quad \text{voor } w - h_t \geq 0 \quad (5.1)$$

Op dezelfde manier als in (2.6) rekenen we eerst het gemiddelde van de schade bij overstromen op tijdstip  $t$  uit. Daarbij laten we net als in (2.6) de veranderingen in de tijd (de groeivoeten) even buiten beschouwing, omdat ze buiten de integraal blijven:

$$\begin{aligned} {}^{\mu\zeta}\bar{V}_t &= \int_{H_t}^{\infty} \frac{P(W)}{P_t} {}^{\mu\zeta}V(W) dW = \frac{P_o V_o e^{(\zeta-\mu)h_t}}{P_t} \frac{\alpha}{\alpha-\mu} \int_{h_t}^{\infty} (\alpha-\mu) e^{-(\alpha-\mu)w} dw = \\ &= e^{\alpha h_t} V_o e^{(\zeta-\mu)h_t} \frac{\alpha}{\alpha-\mu} e^{-(\alpha-\mu)h_t} = \frac{\alpha}{\alpha-\mu} V_o e^{\zeta h_t} = {}^{\mu}\bar{V}_o e^{\zeta h_t} \end{aligned} \quad (5.2)$$

<sup>12</sup> Met dank aan Ruud Okker die formulering (5.1) heeft bedacht.

<sup>13</sup> Om deze reden is (5.1) ook te interpreteren als de combinatie van een 'breekbaarheidscurve' met het effect van die 'specifieke doorbraak' op de daardoor veroorzaakte schade. Zie ook het tekstvak in par. 2.1 en het einde van par. 5. Beter lijkt het om eerst de hoeveelheid water te modelleren die in de dijkring loopt (daarvoor bestaan fysische formules waarin inderdaad het verschil tussen waterstand en dijkhoogte een belangrijke rol speelt). Daarna kan de schade weer worden gemodelleerd als afhankelijk van die waterhoeveelheid of de daarmee samenhangende waterhoogte.

Het gemiddelde van de verwachte schades heeft weer de ‘klassieke’ vorm en dus kan de verwachte schade weer eenvoudig worden uitgerekend, zoals in (2.7), als het product van de rechterleden van (2.2) en (5.2).

$${}^{\mu\zeta}S_t = P_t {}^{\mu\zeta}\bar{V}_t = S_o \frac{\alpha}{\alpha - \mu} e^{-(\alpha - \zeta)h_t} = {}^{\mu\zeta}S_o e^{-\theta h_t} \quad (5.3)$$

$$\text{met: } \theta = \alpha - \zeta > 0 \quad (5.4)$$

$${}^{\mu\zeta}S_o = P_o V_o \frac{\alpha}{\alpha - \mu} = P_o {}^{\mu}\bar{V}_o$$

Definitie (5.4) voor  $\theta$  wijkt op een opmerkelijke manier af van de overeenkomstige definitie (2.8), want de extra parameter  $\mu$  komt er niet in voor, terwijl dat in (2.8) wel het geval is met  $\varepsilon$ . Daar van de variabelen en parameters in (5.3) alleen  $\theta$  een rol speelt in de bepaling van het optimale interval voor de restschade, is dit interval in dit geval niet anders dan in het geval  $\mu = 0$ . Wel is òf het moment òf de omvang van de eerste investering afhankelijk van de huidige veiligheidssituatie zoals die naar voren komt in  $S_o$ . Als de investeringskosten afhankelijk zijn van de dijkhoogte, dan zijn als gevolg van de andere eerste investering op ieder moment de gemiddelde kosten van de volgende investering wat groter dan in het eenvoudige geval.

Opnieuw gebruiken we (de aangepaste versie van) (3.3) voor het optimale restrisico in de teller van de middenkans. Deling van de aangepaste versie van (3.3) door (5.3) geeft de middenkans in het uitgebreide model:

$$\begin{aligned} {}^{\mu\zeta}\bar{P}_t &\equiv \frac{{}^{\mu\zeta}\bar{S}_t}{{}^{\mu\zeta}\bar{V}_t} = \frac{\delta {}^{\mu\zeta}\pi_t}{V_o e^{\gamma t} e^{\zeta h_t}} \frac{\alpha - \mu}{\alpha(\alpha - \zeta)} \\ &= \bar{P}_t \frac{{}^{\mu\zeta}\pi_t}{\pi_t} e^{-\zeta h_t} \frac{\alpha - \mu}{(\alpha - \zeta)} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Bij de overgang naar de tweede regel is weer de middenkans in het eenvoudigste geval ingevuld, d.w.z. met  $\zeta = (\varepsilon =) \mu = 0$ . Als we in (5.5)  $\mu = 0$  kiezen, volgt het bekende, klassieke geval met  $\zeta > 0$  in (3.5). Hier is juist van belang het nieuwe geval met  $\zeta = 0$  en  $\mu > 0$  in (5.6):

$${}^{\mu}\bar{P}_t = \bar{P}_t \frac{{}^{\mu}\pi_t}{\pi_t} \frac{\alpha - \mu}{\alpha} \quad (5.6)$$



Even afgezien van een eventueel verschil in de gemiddelde prijs van investeringen is de resulterende middenkans altijd een vaste fractie kleiner dan die in het eenvoudigste geval. Het schadebeperkende effect van een dijkverhoging is bij  $\mu > 0$  groter dan in het eenvoudige geval en daarom is de optimale dijkhoogte hoger. Deze fractie is het omgekeerde van de vaste ophoogfactor om van de kleinste naar de gemiddelde schade bij overstromen te komen.

### **Eenvoudiger afleiding**

Vergelijking (5.1) is te lezen als een combinatie van de gevallen waarin de schade afhankelijk is van de waterhoogte en de dijkhoogte en wel met  $\varepsilon = \mu$  en  $\zeta = -\mu$ . Dit betekent dat invulling van deze waarden in vergelijking (3.4) rechtstreeks moet leiden tot vergelijking (5.6). Dit is inderdaad het geval.

Praktisch heeft dit het voordeel dat in het rekenprogramma met de opname van de eerste twee gevallen kan worden volstaan. Wel moet het in dat programma dan mogelijk zijn ook negatieve waarden voor  $\zeta$  te gebruiken.

### **'Doorbraakvrije' dijken**

Zoals eerder gezegd, lijkt een belangrijk geval waarvoor het model in deze paragraaf relevant is, de schade bij 'doorbraakvrije' dijken. Dit type dijken wordt zo gemaakt dat er bij een extreme belasting geen bres ontstaat, waardoor de zekerheid van een grote schade bij iedere overstroming verdwijnt.<sup>14</sup> Daardoor is er geen duidelijk onderscheid meer tussen een situatie met overslaand water en een overstroming. De schade is dan eerder afhankelijk van de hoeveelheid water die in de dijkkring loopt. Maar als die hoeveelheid water zeer beperkt is omdat het water buiten nauwelijks hoger komt dan de dijk, is er eigenlijk geen schade. In formule (5.1) betekent dit, dat  $V_o$  afgerond gelijk is aan nul. Immers, deze schaalparameter geeft weer de schade die optreedt bij de kleinste overstroming die kan optreden, zie (2.3). Formule (5.1) verliest dan zijn praktische bruikbaarheid doordat de parameters erg onbetrouwbaar worden.

Er is echter in dit model een eenvoudige oplossing voor dit probleem, die al in de bovenstaande formules is aangeduid. Als we de schade bij overstromen,  $V$  in het klassieke model, bij een 'doorbraakvrije' dijk interpreteren als de gewogen gemiddelde schade die bij alle mogelijke overstromingen mogelijk is, in de bovenstaande formules  ${}^{\mu}\bar{V}_o$  genoemd, dan staat er gewoon het klassieke model. We kunnen dus eerst apart de gewogen gemiddelde schade

<sup>14</sup> Met de aanleg van 'doorbraakvrije' dijken is de kans op een grote overstroming nog niet verdwenen. Want het is veel moeilijker om dezelfde mate van veiligheid te bereiken bij kunstwerken en voor situaties waarin menselijke tussenkomst is vereist voor de sluiting van de ringdijk, zoals de sluiting van coupures. Daarbij moet worden bedacht dat zo'n sluiting betrouwbaar moet kunnen plaatsvinden onder de omstandigheden die enige waarschijnlijkheid hebben bij het gevaar van overstroming. Dat betekent bijvoorbeeld wind met orkaankracht in winterse omstandigheden met gladheid.

berekenen, met welke formule of cijfers dan ook, en pas daarna beginnen aan de toepassing van het klassieke model voor de optimale veiligheid.

In de gevallen dat  $\zeta$  of  $\varepsilon$  van invloed zijn, kan dezelfde procedure worden gevolgd, maar dan moet nog wel de parameter  $\theta$  worden aangepast. In feite is dit ook zo gedaan in het programma waarmee de berekeningen in paragraaf 3.2 zijn gemaakt.

### **Van breekbaarheidscurve naar overstromingsomvangcurve?**

Als we het hele model over waterveiligheid kort willen samenvatten, dan zijn er twee exogene grootheden, waterhoogte en dijkhoogte, die gecombineerd kunnen leiden tot een schade. Willen we schade verminderen, dan kunnen we weinig doen aan de waterhoogte, een echt gegeven, maar wel aan de dijk, een instrument. Tot nu toe hebben we het proces zeer eenvoudig en deterministisch beschreven: iedere waterhoogte boven de 'maatgevende' dijkhoogte leidt tot een grote dijkdoorbraak en dus tot een grote overstroming. De omvang van de schade is steeds gelijk aan die van de maximaal mogelijke overstroming. Die maximale overstroming kan overigens wel afhankelijk zijn van de dijkhoogte.

Op diverse manieren wordt gewerkt aan voorstellen om het model beter aan te laten sluiten op de praktijk. Zo zijn er schadecurves gemaakt die aangeven hoe het percentage van de maximale schade afhangt van de overstromingsdiepte. Deze zijn al verwerkt in de schademodule van het HIS. Ook wordt er gewerkt aan breekbaarheidscurven die de kans op een doorbraak geven bij een iedere combinatie van waterhoogte en dijkhoogte. Maar als we alle stukjes model goed aan elkaar willen passen, lijkt mij nu het volgende nodig:

- Een kansverdeling die alle exogene factoren samenvat die leiden tot een specifieke belasting op de dijk;
- Een functie die beschrijft hoeveel water er in de dijkring komt als functie van een specifieke belasting, de tijd dat die duurt en de toestand van de dijk;
- Een schadecurve die het verband geeft tussen de hoeveelheid schade en de hoeveelheid water in de dijkring (deze relatie is al gespecificeerd in het HIS-SSM).

Met de eerste en de derde benadering zijn we bekend. Maar nog niet met de tweede. Het laat zien dat we eigenlijk niet op zoek moeten naar een breekbaarheidscurve maar naar een curve die iets zegt over de omvang van de overstroming in relatie tot de belasting. Het is dan nog maar de vraag of daarbinnen een breekbaarheidscurve onderscheiden nog nuttig is. Dat is eigenlijk alleen het geval als de overstromingsomvang zonder doorbraak heel beperkt blijft, maar in het geval van een doorbraak meteen naar een maximum springt. Als er echter niet zo'n maximum is, maar een geleidelijke toename van de omvang van de overstroming in relatie tot de belasting, dan is het de vraag of een breekbaarheidscurve nog een zinvol afzonderlijk

concept is voor een model op het niveau van een dijktraject (d.w.z. niet op het niveau van een afzonderlijk dijkvak).

## Literatuur

CPB, 2008, Second Opinion KKBA Waterveiligheid 21e eeuw; CPB Notitie, 17 september 2008.

Eijgenraam, C.J.J., 2006, Optimal safety standards for dike ring areas; CPB Discussion paper 62, CPB, Den Haag, maart 2006.

Eijgenraam, C.J.J., 2008, Toetsnorm voor waterveiligheid op basis van kosten-batenanalyse; CPB Memorandum 195 (S5/2008/2), 19 maart 2008.

Eijgenraam, C.J.J., 2009, Een algemeen toepasbare definitie voor de toetsnorm voor waterveiligheid; CPB Memorandum 217 (S5/2009/1), 11 maart 2009

Kind, J., 2008, Kengetallen Kosten-Batenanalyse Waterveiligheid 21e eeuw; Rijkswaterstaat Waterdienst, voorlopige versie april 2008 en definitieve versie september 2008.