

Hoofdafdeling(en) : HA II
Afdeling(en) : Conjunctuur
Samensteller(s) : Kees Bouwman
Nummer : 78
Datum : 27 oktober 2003

Het ramen van de reële groei van het BBP met voorlopende conjunctuurindicatoren

De korte-termijnfluctuaties van het BBP worden hoofdzakelijk toegeschreven aan de conjunctuur. De conjunctuur is een recurrente golfbeweging in een groot aantal macro-economische variabelen. De conjuncturele ontwikkeling van verschillende variabelen hoeft niet synchroon te lopen. Een voorlopende conjunctuurindicator van het reële BBP is een variabele waarvan de conjuncturele ontwikkeling voorloopt op de conjuncturele ontwikkeling van het reële BBP. Met behulp van filters kunnen de conjuncturele componenten uit deze indicatoren worden gehaald en worden samengevoegd tot een samengestelde voorlopende index. Dit rapport beschouwt de voorspellingen van de reële groei van het BBP op basis van een samengestelde index van het CPB. De voorspellingen zijn geconstrueerd met behulp van tijdreeksmodellen. Eerst worden voorspellingen op basis van univariate tijdreeksmodellen geconstrueerd. Deze modellen gebruiken alleen het historische verloop van het reële BBP om voorspellingen te genereren. Vervolgens worden voorspellingen op basis van bivariate modellen geconstrueerd. De bivariate modellen gebruiken naast het verloop van het reële BBP ook de samengestelde voorlopende index om voorspellingen te genereren. Tot slot worden de voorspellingen geëvalueerd, waarbij de voorspellingen van bivariate modellen worden vergeleken met die van een univariaat model om de toegevoegde voorspellende waarde van de index te bepalen.

Inhoudsopgave

1	Inleiding	4
2	Methoden	6
2.1	Methode van voorspellen	6
2.1.1	Beginselen der tijdreeksanalyse	7
2.1.2	Univariate tijdreeksmodellen	9
2.1.3	Unit root toetsen	11
2.1.4	Multivariate tijdreeksmodellen	12
2.1.5	Voorspellingen van tijdreeksmodellen	15
2.2	Evaluatiemethode van de voorspellingen	16
3	De data	19
3.1	Het reële BBP	19
3.2	De CPB-conjunctuurindicator	22
4	Univariate modellen	25
4.1	Het ongecorrigeerde reële BBP	25
4.1.1	UNI-1: een ARMA model voor Δy_t	25
4.1.2	UNI-2: een multiplicatief AR model voor Δy_t	27
4.1.3	UNI-3: een AR model voor $\Delta_2 y_t$	29
4.1.4	UNI-4: een ARMA model voor $\Delta_4 y_t$	29
4.1.5	UNI-5: het airline model	29
4.2	Het gecorrigeerde reële BBP	30
4.2.1	UNI-7: een ARIMA(5,1,0) model	31
4.2.2	UNI-8: een Random Walk model	32
4.3	De seizoensinvloeden	32
4.4	Univariate modellen voor het BBP	32
4.5	De CPB-conjunctuurindicator	34
5	Bivariate modellen	36
5.1	BI-1: het uitgangsmodel	36
5.2	BI-2: de reductie van de indexvergelijking	37

5.3	BI-3: gestructureerde BBP vertragingen	39
5.4	BI-4: de $AR(1) \times SAR(1)$ structuur van BBP-vertragingen	40
5.5	BI-5: gestructureerde indexvertragingen	41
5.6	BI-6: de endogene indexvertraging	42
5.7	Voorspelevaluatie	43
6	Conclusie	46
A	Standaardisatie van de index	51
A.1	Het univariate model van de index	52
A.2	Regressievergelijkingen	53
B	Seizoensfluctuaties	54
B.1	De aard van seizoensfluctuaties	55
B.2	Seizoenscorrectie	55
	B.2.1 Aspecten van de seizoenscorrectie	55
	B.2.2 Seizoensdecompositie en voorspellingen	56
B.3	Het modelleren van seizoensfluctuaties	58
B.4	Seasonal unit roots	60

Voorwoord

Van november 2002 tot en met maart 2003 heb ik bij de afdeling Conjunctuur van het Centraal Planbureau aan het onderzoek gewerkt in de vorm van een afstudeerstage. Het onderzoek werd begeleid door drs. H.C. Kranendonk en dr. J.P. Verbruggen van het CPB en door dr. J.P.A.M. Jacobs van de Rijksuniversiteit Groningen. Dit onderzoek is een vervolg op het onderzoek van Jan Bonenkamp bij het CPB, die aan een revisie van de CPB-conjunctuurindicator heeft gewerkt. Ik ben hem dank verschuldigd, omdat hij bij de afronding van zijn onderzoek mij snel heeft ingewerkt in zijn materie.

Ik wil graag mijn dank uitspreken aan het CPB en in het bijzonder de afdeling Conjunctuur, omdat zij mij alle ruimte voor het onderzoek hebben gegeven en door de prettige werksfeer en hun openheid het gevoel gaven dat ik een medewerker van het CPB was. Daarnaast bedank ik mijn afstudeerbegeleiders prof. dr. P.A. Bekker en prof. dr. E. Sterken voor hun bijdrage. Ook gaat mijn dank uit naar dhr. M.C.J. van Rooij van De Nederlandsche Bank voor zijn commentaar als discussiant tijdens een seminar op het CPB en dr. G.H. Kuper voor het becommentariëren van conceptenteksten van dit rapport.

1 Inleiding

Het Centraal Planbureau (CPB) heeft onder andere de taak om korte-termijn economische ramingen te produceren. Eén van de belangrijkste ramingen van het CPB is een raming voor de reële groei van het Bruto Binnenlands Product (BBP), omdat deze de economische groei weergeeft. Daarnaast hangen een groot aantal andere macro-economische variabelen direct samen met het reële BBP. Voorbeelden hiervan zijn consumptie, investeringen en werkloosheid, maar ook de belastinginkomsten. De rijksbegroting hangt dus ook in sterke mate af van de ontwikkelingen in het BBP, wat vervolgens een weerslag heeft op de financiële en economische situatie. Een goede inschatting van de reële groei van het BBP is daarom van groot belang voor beleidsvorming en beleidsanalyse.

De korte-termijnfluctuaties van het BBP worden hoofdzakelijk toegeschreven aan de conjunctuur. De conjunctuur is een recurrente golfbeweging in een groot aantal macro-economische variabelen. Een golfbeweging kan in lengte variëren van minimaal een jaar tot ongeveer 12 jaar (Burns en Mitchell, 1946, pp. 4-6). De conjuncturele ontwikkeling van verschillende variabelen hoeft ook niet synchroon te lopen. Zo loopt de conjuncturele ontwikkeling in de werkgelegenheid achter op die van het BBP. Voorlopende conjunctuurindicatoren zijn reeksen waarvan de conjuncturele ontwikkeling voorloopt op de conjuncturele ontwikkeling van een referentiereeks (de te verklaren variabele). De referentiereeks is in dit verband het reële BBP. De vaststelling dat een reeks een voorlopende conjunctuurindicator is, gebeurt zowel op economische als statistische gronden. Deze voorlopende conjunctuurindicatoren kunnen vervolgens worden gebruikt om voorspellingen te maken.

Over het algemeen worden voorlopende indicatoren gebruikt om een ‘samengestelde voorlopende index’ te construeren. Uit de voorlopende conjunctuurindicatoren worden eerst de conjuncturele componenten gefilterd. Deze conjuncturele componenten worden vervolgens gesynchroniseerd en samengevoegd tot een ‘samengestelde voorlopende conjunctuurindex’. De index kan worden opgevat als een raming van de conjuncturele component van het BBP. De index vertaalt zich niet direct in voorspellingen en wordt daarom vaak als een kwalitatief voorspelinstrument gebruikt.

Het CPB gebruikt hoofdzakelijk een structureel kwartaalmodel voor het maken van ramingen voor de korte termijn. Dit model is gebaseerd op economische theorie en beschrijft de structuur van de economie. Dit type modellen heeft onder andere het grote voordeel dat de ‘boekhouding’ klopt en dat verschillende scenario's kunnen worden geanalyseerd. Daarnaast heeft het CPB

sinds 1990 een eigen samengestelde voorlopende conjunctuurindex (Composite Leading Index) in gebruik, te weten de CPB-conjunctuurindicator. De index wordt op het CPB gebruikt om het structurele model bij te sturen, omdat dit model, in tegenstelling tot de index, minder gevoelig is voor sentimenten zoals bijvoorbeeld het consumentenvertrouwen.

Voorafgaande aan dit onderzoek is het CPB bezig geweest met een revisie van de CPB-conjunctuurindicator. Het CPB heeft de behoefte om ook tot geschikte kwantitatieve ramingen van het reële BBP te komen met behulp van voorlopende conjunctuurindicatoren. Deze kwantitatieve ramingen geven het CPB de mogelijkheid om de informatie van voorlopende conjunctuurindicatoren te vergelijken met en te gebruiken bij de uitkomsten van hun structurele model. Dit is dan ook de aanleiding geweest tot dit onderzoek.

Het onderzoek heeft tot doel om de gereviseerde CPB-conjunctuurindicator te vertalen in voorspellingen voor de reële groei van het BBP. Onder 'reële groei van het BBP' worden jaarlijkse groeivoeten van het ongecorrigeerde reële BBP verstaan. Het ongecorrigeerde reële BBP is afkomstig van de Kwartaalrekeningen van het CBS. De gereviseerde CPB-conjunctuurindicator bevindt zich thans in een experimentele fase en is door het CPB nog niet geoperationaliseerd. Een beschrijving van de constructie van de index is echter gegeven in Bonenkamp (2003).

Het gebruik van de samengestelde voorlopende index kent reeds een lange geschiedenis met wisselende belangstelling. Veel instellingen op het gebied van conjunctuuranalyse produceren en publiceren samengestelde voorlopende indices. Het gebruik van deze indices bij het ramen van variabelen die economische activiteit meten kent echter een korte geschiedenis. Voorbeelden zijn Diebold en Rudebusch (1991), Camacho en Perez-Quiros (2000), Van Rooij en Stokman (2000), Camba-Mendez *et al.* (2001b) en McGuckin *et al.* (2003). Voor Nederland zijn er echter weinig studies naar dit onderwerp verricht. Van de bovengenoemde studies hebben alleen Van Rooij en Stokman (2000) voorspellingen voor Nederland onderzocht. Hun voorspellingen zijn gebaseerd op door De Nederlandsche Bank (DNB) ontwikkelde indices.

De opzet van het onderzoeksverslag is als volgt; in hoofdstuk 2 worden de methoden besproken die worden gebruikt in het onderzoek. Vervolgens wordt er in hoofdstuk 3 gekeken naar de eigenschappen van de data. Deze eigenschappen vormen de basis van een univariaat voorspelmodel, welke wordt beschouwd in hoofdstuk 4. Dit univariate voorspelmodel dient vervolgens in hoofdstuk 5 als uitgangspunt bij de constructie van een bivariaat model. Dit is een voorspelmodel op basis van de gereviseerde CPB-conjunctuurindicator. De voorspellingen van de bivariate modellen worden aansluitend geëvalueerd. Hoofdstuk 6 sluit af met conclusies en voorspellingen voor 2003.

2 Methoden

In het onderzoek worden voorspellingen voor de jaargroei van het reële BBP op basis van de vernieuwde CPB-conjunctuurindicator onderzocht. De voorspellingen worden geconstrueerd met tijdreeksmodellen. Om tot goede modellen te komen worden het reële BBP en de CBP-conjunctuurindicator (de index) allereerst op eigenschappen als stationariteit, reeksbreuken en seizoenseigenschappen onderzocht. Vervolgens worden het reële BBP en de index ieder apart gemodelleerd met een univariaat tijdreeksmodel. De inzichten die worden ontleend aan de eigenschappen en univariate modellen voor de reeksen, vormen het uitgangspunt bij de constructie van een bivariaat model van het reële BBP en de index gezamenlijk. Tot slot worden de voorspellingen van de modellen geanalyseerd in verschillende voorspelexercities. De voorspellingen van de bivariate modellen worden vergeleken met de voorspellingen van een univariaat model. Deze evaluaties geven inzicht in de toegevoegde voorspellende waarde van de index.

Om de voorspellingen van de modellen te kunnen evalueren worden de reeksen van het BBP en de index over twee deelperiodes opgesplitst. De eerste deelperiode loopt van het eerste kwartaal van 1977 tot en met het vierde kwartaal van 1995. Deze deelperiode wordt gebruikt om de hierboven beschreven eigenschappen te onderzoeken, om modellen te selecteren en om deze modellen te schatten. Door slechts de periode tot en met 1995 hiervoor te gebruiken, kunnen waarnemingen van 1996 tot en met 2002 gebruikt worden om voorspellingen *out-of-sample* te evalueren. Dit betekent dat de voorspellingen voor 1996 tot en met 2002 enkel gebaseerd zijn op modelinformatie die beschikbaar is in de periode van waaruit de voorspellingen worden gemaakt. Bij de voorspelexercities worden de voorspelmodellen iedere keer opnieuw geschat over de sample van waarnemingen die beschikbaar waren bij het maken van de voorspellingen. Dit betekent bijvoorbeeld dat de voorspellingen voor 1985:1, die gebaseerd zijn op alle informatie tot en met 1984:4, verkregen worden door het gespecificeerde model te herschatten tot en met 1984:4.

2.1 Methode van voorspellen

De voorspellingen worden gegenereerd met behulp van tijdreeksmodellen. Tijdreeksmodellen geven een stochastische beschrijving van de dynamische ontwikkeling van een reeks. Daarmee geven tijdreeksmodellen ook een beschrijving van de toekomstige ontwikkeling van een reeks. Uit deze beschrijving van de toekomstige ontwikkeling kunnen vervolgens voorspellingen

worden afgeleid.

Omdat de analyse intensief gebruik maakt van tijdreeksmodellen, wordt in deze paragraaf een korte beschrijving van de concepten van de tijdreeksanalyse gegeven. Vervolgens worden de klassen van univariate en bivariate modellen beschreven die worden gebruikt bij het modelleren. In het kader van de univariate modellen wordt aandacht besteed aan de eigenschap van stationariteit. In het bijzonder wordt de niet-stationariteit ten gevolge van *unit roots* beschreven en worden toetsen besproken om dit vast te stellen. Tot slot wordt beschreven hoe voorspellingen kunnen worden afgeleid uit de tijdreeksmodellen. In deze paragraaf wordt notatie gedefinieerd die in het verslag wordt gebruikt.

2.1.1 Beginselen der tijdreeksanalyse

Een tijdreeks is een reeks waarnemingen van een grootte die elkaar in de tijd met vaste tussenpozen opvolgen. In de tijdreeksanalyse wordt een tijdreeks opgevat als een realisatie van een stochastisch proces. Een stochastisch proces is het mechanisme dat de reeks genereert (Harvey, 1989, p. 49). Daarmee legt het stochastische proces de kansverdeling van de reeks vast, maar ook die van toekomstige waarden.

Een voorbeeld van een stochastisch proces is witte ruis (*white noise*). Witte ruis is een van de belangrijkste bouwstenen van een tijdreeksmodel. Voor witte ruis geldt

$$\begin{aligned} E(x_t) &= 0 \\ E(x_t^2) &= \sigma^2 \\ E(x_t x_{t-k}) &= 0 \quad , k = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

In verkorte notatie wordt dit proces weergegeven door $x_t \sim WN(0, \sigma^2)$. Als x_t ook nog normaal verdeeld is, heet het proces Gaussische witte ruis (*Gaussian white noise*). Dit proces wordt weergegeven met $x_t \sim GWN(0, \sigma^2)$.

Een belangrijke eigenschap van een tijdreeks is stationariteit. Een proces heet (zwak of covariantie) stationair (zie bijvoorbeeld Harvey, 1989, p. 49) als geldt

$$\begin{aligned} E(x_t) &= \mu \\ E[(x_t - \mu)(x_{t-k} - \mu)] &= \gamma_k \quad \forall t, k. \end{aligned}$$

Stationariteit vereist dat de onconditionele verwachting en variantie bestaan en constant zijn. Stationariteit is dus een belangrijke voorwaarde voor statistische inferentie. Witte ruis is dus ook een stationair proces. Een reeks heet stationair indien het door een stationair proces is gegenereerd.

Een ander voorbeeld van een stochastisch proces is een eerste orde autoregressief proces, ofwel een AR(1) proces. Dit proces wordt gedefinieerd door

$$x_t = ax_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (2.1)$$

waarbij $\varepsilon_t \sim GWN(0, \sigma_\varepsilon^2)$. Het is de vraag of dit proces stationair is. Door ervan uit te gaan dat het proces oneindig ver in het verleden is gestart, geeft herhaaldelijk substitueren van (2.1)

$$x_t = \varepsilon_t + a\varepsilon_{t-1} + a^2\varepsilon_{t-2} + \dots$$

Nu worden drie gevallen onderscheiden. In het eerste geval, $|a| < 1$, dempt het effect van een verstoring uit met de tijd. Een gevolg hiervan is dat uit de bovenstaande uitdrukking de onconditionele verwachting en variantie gelijk zijn aan:

$$E(x_t) = 0$$

$$E[x_t x_{t-k}] = a^{|k|} \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-a^2} \quad \forall t, k$$

De momenten bestaan en zijn constant. Het proces is dus stationair. Als daarentegen $|a| > 1$, dan is de reeks explosief (Johnston en DiNardo, 1997, p. 59). Het effect van een verstoring neemt toe met de tijd. Dit heeft tot gevolg dat de onconditionele variantie niet bestaat. Dit type reeksen komt niet overeen met de karakteristieken van economische tijdreeksen. Dit geval wordt daarom buiten beschouwing gelaten in de tijdreeksanalyse. Tot slot wordt het geval beschouwd dat $|a| = 1$, dan heeft het proces een zogeheten *unit root*. Het effect van een verstoring dempt niet uit, maar blijft gelijk. De reeks is niet stationair, want de (onconditionele) variantie bestaat niet. Voor het meest interessante geval, $a = 1$, volgt een zogeheten *Random Walk* model. Door in dit model het verschil te nemen volgt

$$x_t - x_{t-1} = \varepsilon_t.$$

Deze verschilreeks is dus Gaussische witte ruis en dus stationair. De reeks x_t heet geïntegreerd van de eerste orde, ofwel $I(1)$, omdat het niveau niet stationair is en het verschil wel. In het algemeen heet een reeks geïntegreerd van de orde d , als de reeks pas stationair wordt door d maal het verschil te nemen (Johnston en DiNardo, 1997, p.220).

Tijdreeksmodellen bestaan over het algemeen uit vertragingen van variabelen. Een efficiënte notatie voor vertragingen is gebaseerd op de vertragingoperator. De vertragingoperator (*lag operator*) L is als volgt gedefinieerd:

$$Lx_t = x_{t-1},$$

zodat $L^n x_t = x_{t-n}$ en $L^{-n} x_t = x_{t+n}$. De verschiloperator is afgeleid van de vertragingoperator en is gedefinieerd door $\Delta = (1 - L)$, zodat $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$. Soms worden ook jaarverschillen beschouwd. Daarom geldt in het algemeen $\Delta_n = (1 - L^n)$, zodat $\Delta_4 x_t = x_t - x_{t-4}$. Deze operator moet niet worden verward met $\Delta^n = (1 - L)^n$, aangezien deze laatste operator n maal het verschil neemt in plaats van het verschil over n perioden.

2.1.2 Univariate tijdreeksmodellen

Een veelgebruikte modelleringstrategie voor univariate modellen is ontwikkeld door Box en Jenkins (1976) en is gebaseerd op de klasse van *AutoRegressive Integrated Moving Average* (ARIMA) modellen. Een belangrijke subklasse vormen de *AutoRegressive Moving Average* (ARMA) modellen. Een ARMA(p, q) model voor de reeks x_t wordt gedefinieerd door

$$x_t = a_1 x_{t-1} + \dots + a_p x_{t-p} + \varepsilon_t + b_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + b_q \varepsilon_{t-q},$$

waarbij a_1, \dots, a_p en b_1, \dots, b_q coëfficiënten zijn die worden geschat. Een compactere schrijfwijze is

$$a(L)x_t = b(L)\varepsilon_t, \tag{2.2}$$

waarbij $a(L)$ en $b(L)$ polynomen van de vertragingoperator zijn, ofwel

$$\begin{aligned} a(L) &= 1 - a_1 L - \dots - a_p L^p \\ b(L) &= 1 + b_1 L + \dots + b_q L^q. \end{aligned}$$

Het autoregressieve model (2.1) is dus een ARMA(1,0) model met $a(L) = 1 - aL$ en $b(L) = 1$.

Een belangrijke veronderstelling voor het gebruik van een ARMA model is dat de tijdreeks stationair is. In het autoregressieve model (2.1) moet dan gelden $|a| < 1$. Voor het ARMA model in vergelijking (2.2) generaliseert deze stationariteitsvoorwaarde tot de voorwaarde dat voor alle oplossingen van $a(\theta) = 0$, ofwel de wortels van de karakteristieke vergelijking, moet gelden dat deze een modulus groter dan 1 hebben, dus $|\theta| > 1$. Als een wortel een modulus gelijk aan één heeft, dan is er sprake van een *unit root*.

Als de reeks x_t geïntegreerd is van de orde d , dan kan de reeks die gevormd wordt door d maal het verschil te nemen, gemodelleerd worden door een ARMA(p, q) model. Dit model heet dan een ARIMA(p, d, q) model voor x_t en wordt dus gegeven door

$$a(L)\Delta^d x_t = b(L)\varepsilon_t. \tag{2.3}$$

Indien er sprake is van seizoensdata, dan laat het ARIMA zich generaliseren tot het multiplicatieve seizoensmodel van Box en Jenkins (1976, pp. 303-305). Dit type modellen wordt besproken in bijlage B.

Een MA proces kan worden benaderd door een AR proces. Indien de wortels van $b(L)$ een modulus groter dan 1 hebben, dan is het MA proces inverteerbaar. Dit betekent dat het MA proces gelijk is aan een AR proces van een oneindige orde. Een MA(1)-proces is inverteerbaar wanneer $|b_1| < 1$, zodat

$$x_t = (1 + b_1 L) \varepsilon_t \Rightarrow (1 + b_1 L)^{-1} x_t = \varepsilon_t \Leftrightarrow (1 - b_1 L + b_1^2 L^2 - b_1^3 L^3 + \dots) x_t = \varepsilon_t.$$

Aangezien de coëfficiënten van het oneindige AR proces exponentieel afnemen met de orde, kan dit MA(1) proces door een eindig AR proces worden benaderd. Omgekeerd kan een AR proces worden benaderd door een eindig MA proces door $a(L)$ te inverteren. Dit kan indien de wortels van $a(L)$ een modulus groter dan één hebben, wat het geval is indien het proces stationair is.

Een gevolg van deze relatie tussen AR en MA termen is dat het de modelselectie compliceert, want er zijn nu verschillende modellen uit de klasse van ARIMA modellen die ongeveer een gelijke beschrijving van de data geven. Daarom suggereren Box en Jenkins (1976) het gebruik van een eenvoudig model met een gering aantal parameters (zie ook Harvey, 1989, pp 78-81).

Het ARIMA model (2.3) kan op de volgende wijze worden uitgebreid met exogene variabelen zoals bijvoorbeeld een constante, lineaire trend of seizoensdummy's:

$$\begin{aligned} \Delta^d x_t &= z_t \beta + u_t \\ a(L)u_t &= b(L)\varepsilon_t, \end{aligned} \tag{2.4}$$

waarbij z_t een vector van exogenen is en β een vector van coëfficiënten. Door de bovenste vergelijking van (2.4) in de onderste vergelijking te substitueren volgt

$$a(L)\Delta^d x_t = a(L)z_t \beta + b(L)\varepsilon_t.$$

De exogene variabelen hebben dus dezelfde vertragingstructuur als de endogene variabele. Dit betekent dat de exogenen een dezelfde invloed hebben op de endogene variabele als op zijn vertragingen.

Het AR(1) proces in (2.1) heeft de gedaante van een regressiemodel. De verklarende variabele in het AR(1) model is echter een vertraging van de te verklaren variabele, waardoor het model niet aan de veronderstellingen van een regressiemodel voldoet. Dit heeft tot gevolg dat de kleinste kwadraten (OLS) schatters niet zuiver hoeven te zijn. Toch zijn de OLS schatters wel consistent (Johnston en DiNardo, pp. 52-57). Dit betekent dat de standaardfouten en toetsen enkel een asymptotische betekenis hebben.

In het algemeen kunnen univariate modellen worden geschat door de kwadratensom van de residuen te minimaliseren. De schattingsprocedure is asymptotisch equivalent met de *maximum likelihood* procedure onder de veronderstelling dat de verstoringen normaal verdeeld zijn (Box en Jenkins, 1976, pp. 210). De kwadratensom is echter een niet-lineaire functie van de parameters indien het model bijvoorbeeld MA termen bevat. Daarom worden niet-lineaire optimalisatie technieken gebruikt om de modellen te schatten. Om de *maximum likelihood* procedure adequaat te benaderen wordt gebruik gemaakt van *backcasting* voor de MA termen (Box en Jenkins, 1976, pp. 212-220).

2.1.3 Unit root toetsen

Een belangrijke veronderstelling voor het gebruik van de meeste tijdreeksmodellen is dat de reeksen stationair zijn. Veel economische tijdreeksen zijn echter niet stationair. In veel gevallen komt de niet-stationariteit voort uit de aanwezigheid van *unit roots*. Door herhaaldelijk verschillen te nemen ontstaat dan wel een stationaire reeks. Daarom moet worden vastgesteld of een reeks *unit roots* bezit. Dit kan worden gedaan met behulp van een *unit root* toets.

De bekendste *unit root* toets is de Dickey-Fuller (DF) toets, die in zijn eenvoudigste vorm veronderstelt dat de reeks is gegenereerd door een AR(1) proces zoals (2.1). De hypothese van een *unit root* is gelijk aan de hypothese $a = 1$ in (2.1). Toch kan niet eenvoudigweg worden getoetst op $a = 1$, omdat het proces onder de nulhypothese niet stationair is en er dus geen gebruik van statistische inferentie kan worden gemaakt. Door x_{t-1} van beide zijden van (2.1) af te trekken volgt:

$$\Delta x_t = (a - 1)x_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (2.5)$$

De linker zijde van deze vergelijking is stationair. Dit betekent dat de rechter zijde ook stationair moet zijn, dus indien x_t een *unit root* bezit volgt $\delta = a - 1 = 0$. Door in (2.5) een t -toets op de coëfficiënt van x_{t-1} toe te passen kan worden getoetst of x_t een *unit root* bezit. De toetsgrootte volgt echter geen t -verdeling en daarom moeten kritische waarden worden gebruikt die afkomstig zijn van simulaties (MacKinnon, 1991).

De toets is vrij beperkt door alleen uit te gaan van een AR(1) proces. De toets kan echter worden gegeneraliseerd voor een AR(p) proces door $p - 1$ vertragingen van Δx_t in (2.5) op te nemen. Deze toets wordt aangeduid als de Augmented Dickey-Fuller (ADF) toets (Johnston en DiNardo, 1997, pp. 223-228). Verder kunnen ook nog een constante en een lineaire trend in de vergelijking worden opgenomen. De toets veronderstelt dat er sprake is van maximaal één *unit root*. De toets kan echter ook worden gebruikt om op bijvoorbeeld twee *unit roots* te toetsen.

Eerst wordt dan de nulhypothese dat de reeks twee *unit roots* bezit getoetst tegen de alternatieve hypothese dat de reeks één *unit root* bezit. Dit wordt getoetst door de ADF toets toe te passen op de verschillen Δx_t . Indien de nulhypothese wordt aanvaard is er sprake van twee *unit roots*. Wordt de alternatieve hypothese aanvaard, dan is er sprake van maximaal één *unit root* en moet vervolgens worden getoetst of er sprake is van één dan wel geen *unit root* (Enders, 1995, pp. 227-228). Verder kan de ADF toets ook worden gebruikt als x_t door een ARMA model is gegeneerd, omdat MA termen kunnen worden benaderd door AR termen (Enders, 1995, p. 226).

De keuze van het aantal vertragingen van Δx_t in de toetsvergelijking van de ADF toets is een belangrijke afweging, want de vertragingen moeten de autocorrelatie in de residuen absorberen. Als er te weinig vertragingen worden meegenomen, dan zijn de overschrijdingskansen van de toets incorrect. Worden er echter te veel vertragingen opgenomen, dan wordt de verzameling van de alternatieve hypothese groter dan noodzakelijk, waardoor het onderscheidingsvermogen (*power*) onnodig gereduceerd wordt. Het aantal vertragingen kan bijvoorbeeld worden bepaald met behulp van het Schwarz Informatie Criterium (SIC) of het Akaike Informatie Criterium (AIC).

Verder kunnen in de toetsvergelijking exogenen zoals een trend en een constante worden opgenomen. Deze exogenen bepalen voor een belangrijk deel de alternatieve hypothese dat de reeks geen *unit root* bezit. Door bijvoorbeeld een constante en een lineaire trend in de toetsvergelijking op te nemen, wordt de *unit root* hypothese getoetst tegen de alternatieve hypothese dat de reeks een deterministische trend bevat. Door geen lineaire trend in de toetsvergelijking op te nemen, wordt een lineaire trendmatige ontwikkeling in de reeks opgevat als een verschijnsel wat zich alleen laat verklaren door een *unit root*.

2.1.4 Multivariate tijdreeksmodellen

Univariate tijdreeksmodellen beschrijven een reeks in termen van zijn verleden. Als er echter meerdere reeksen geanalyseerd moeten worden, dan moeten ook mogelijke relaties tussen verschillende reeksen worden gemodelleerd. Dit kan worden gedaan door een univariaat model uit te breiden met verklarende variabelen. Een andere mogelijkheid is het gezamenlijk modelleren van reeksen met een multivariaat tijdreeksmodel, waarin alle gemodelleerde reeksen als endogeen worden beschouwd.

Stel dat de reeks z_t een relatie heeft met x_t , dan kan deze reeks worden gebruikt om x_t te verklaren. De reeks z_t kan worden meegenomen als exogene in een univariaat model, zoals bijvoorbeeld in (2.4). Deze benadering berust echter op de sterke aanname dat z_t exogeen is (zie

Johnston en DiNardo, 1997, pp. 250-259). De benadering vereist dat z_t beschikbaar is om het model te kunnen gebruiken. Dit zorgt ervoor dat met deze benadering maar een beperkt aantal perioden vooruit kan worden voorspeld.

Indien z_t zelf ook onbekend is of niet exogeen is, dienen de variabelen gezamenlijk te worden gemodelleerd in een zogeheten bivariaat model. Het meest eenvoudige bivariate model is een *Vector Autoregression* (VAR), dat een generalisatie van het univariate autoregressieve model is. Door de reeksen te combineren tot een vector $\mathbf{y}_t = (x_t \quad z_t)'$, wordt een eerste orde VAR gedefinieerd door

$$\mathbf{y}_t = A\mathbf{y}_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (2.6)$$

waarbij A een 2x2-matrix is en $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t} \quad \varepsilon_{2t})' \sim GWN(0, \Omega)$. De twee verstoringen zijn beide Gaussische witte ruis die gecorreleerd zijn indien de covariantiematrix Ω geen diagonaalmatrix is. Wanneer de verstoringen gecorreleerd zijn, is er sprake van een relatie tussen x_t en z_t . De matrix A beschrijft relaties tussen de reeksen en de vertraging van deze reeksen.

Zoals een AR model zich laat generaliseren tot een VAR, kan een ARMA model worden ggeneraliseerd tot een VARMA model. Dit type modellen wordt echter weinig gebruikt, omdat de identificatie en het schatten van dit type modellen gecompliceerd is. Aangezien een MA term kan worden benaderd door AR termen, worden over het algemeen multivariate modellen met een autoregressief karakter gebruikt.

VAR modellen laten zich eenvoudig uitbreiden naar een hogere orde. Net als bij univariate modellen spelen ook bij multivariate modellen *unit roots* en stationariteit een rol. Ook voor multivariate modellen moeten de variabelen eerst stationair gemaakt worden door verschillen te nemen, om deze vervolgens te modelleren. Multivariate modellen zoals het VAR model kunnen ook worden uitgebreid met exogenen zoals een constante, een lineaire trend of dummy's.

Net als AR modellen hebben ook VAR modellen de gedaante van een regressiemodel. Omdat het VAR uit meerdere te verklaren variabelen bestaat, vormt het VAR model een systeem van regressievergelijkingen, ofwel een zogeheten *Seemingly Unrelated Regression* (SUR). Een SUR voor \mathbf{y}_t heeft de volgende gedaante:

$$\mathbf{y}_t = B\mathbf{x}_t + \varepsilon_t, \quad (2.7)$$

waarbij \mathbf{x}_t een vector van verklarende variabelen is die uit vertragingen van \mathbf{y}_t en exogenen bestaat, B een coëfficiëntenmatrix is en $\varepsilon_t \sim GWN(0, \Omega)$. Zo is het VAR(1) model (2.6) gelijk aan de SUR (2.7) als $\mathbf{x}_t = \mathbf{y}_{t-1}$ en $B = A$. Een VAR model kent echter geen restricties op de coëfficiënten. Daardoor heeft iedere vergelijking in een VAR dezelfde verklarende variabelen.

Een SUR heeft deze beperking niet, zodat in verschillende vergelijkingen verschillende verklarende variabelen voor kunnen komen.

In een SUR hebben de vergelijkingen alleen een directe relatie via de storingstermen. Deze zijn over het algemeen gecorreleerd, waardoor de vergelijkingen van een SUR niet efficiënt met OLS kunnen worden geschat, indien iedere vergelijking niet dezelfde verklarende variabelen bevat. Door de correlatie tussen de verstoringen is een *Generalized Least Squares* (GLS) procedure wel efficiënt. GLS vereist echter dat de covariantiematrix bekend is. Dit probleem kan worden verholpen door een iteratieve GLS procedure te gebruiken (Johnston en DiNardo, 1997, pp. 318-322). Indien iedere vergelijking wel uit dezelfde verklarende variabelen bestaat, zoals bij een VAR, dan vereenvoudigt de GLS procedure tot OLS op iedere afzonderlijke vergelijking. De GLS procedure kan net als de OLS procedure worden gegeneraliseerd voor niet-lineaire regressievergelijking.¹

Het SUR model laat zich generaliseren tot een stelsel van simultane vergelijkingen (SEM) door endogene variabelen als verklarende variabelen in het model op te nemen. Endogene variabelen kunnen niet direct als verklarende variabelen worden gebruikt, omdat ze zelf ook door het model moeten worden bepaald. Daarom worden de endogen variabelen aan de linker kant van de modelvergelijkingen geschreven. Dit resulteert in de volgende gedaante van de SEM:

$$\Gamma \mathbf{y}_t = B \mathbf{x}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t. \quad (2.8)$$

De relaties tussen endogene variabelen worden vastgelegd door Γ . Door voor te vermenigvuldigen met Γ^{-1} volgt:

$$\mathbf{y}_t = \Gamma^{-1} B \mathbf{x}_t + \Gamma^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_t.$$

Dit model is echter gewoon weer een SUR model, want als $\Pi = \Gamma^{-1} B$ en $\mathbf{v}_t = \Gamma^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_t$, dan volgt

$$\mathbf{y}_t = \Pi \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t,$$

waarbij $\mathbf{v}_t \sim GWN(0, \Gamma^{-1} \Omega (\Gamma^{-1})')$.

De vraag is dan natuurlijk wat de betekenis van een SEM is, als deze gelijk is aan een SUR. Een belangrijke reden voor het gebruik van een SEM is dat in de analyse de interesse uitgaat

¹ Indien de regressievergelijkingen niet lineair zijn in de parameters of er sprake is van restricties tussen vergelijkingen, dan moeten de coëfficiënten gezamenlijk geschat worden door $\sum_t \boldsymbol{\varepsilon}_t' \hat{\Omega}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_t$ te minimaliseren. Uit de geschatte vergelijking wordt vervolgens een nieuwe $\hat{\Omega}$ geschat, om vervolgens weer opnieuw de coëfficiënten te schatten. Deze procedure wordt herhaald totdat de schattingen voldoende geconvergeerd zijn.

naar de parameters B en Γ in plaats van Π , omdat de SEM betekenisvolle relaties beschrijft en de SUR niet. Identificatie speelt een cruciale rol bij een SEM, want om de parameters B en Γ te bepalen, moeten deze een unieke oplossing van $\Pi = \Gamma^{-1}B$ zijn. Is dit immers niet het geval, dan bestaan er meerdere parameterwaarden die statistisch hetzelfde model opleveren. Daarom worden restricties aan B en Γ opgelegd om identificatie mogelijk te maken.

Een andere belangrijke betekenis van het SEM is dat het restricties op de parameters Π kan impliceren. In dit geval is er sprake van overidentificatie, omdat er meer restricties aan B en Γ worden opgelegd dan voor de identificatie noodzakelijk is. De extra restricties resulteren dan in restricties op Π . In het bijzonder resulteren bepaalde gedaanten van A en Γ in restricties tussen parameters van de verschillende vergelijkingen. Restricties over verschillende vergelijkingen kunnen alleen maar met de niet-lineaire versie van de GLS procedure worden geschat. Voor een SEM zijn er echter ook eenvoudigere schattingsprocedures, die gebaseerd zijn op eenvoudige GLS procedures zoals de *Two Stage Least Squares* (2SLS) procedure en de *Three Stage Least Squares* (3SLS) procedure (Goldberger, 1991, pp. 365-375). De 2SLS procedure is een generalisatie van de OLS procedure voor het gebruik van endogene variabelen als verklarende variabelen. De 3SLS procedure generaliseert de iteratieve GLS procedure van een SUR voor het gebruik van endogene variabelen als verklarende variabelen.

2.1.5 Voorspellingen van tijdreeksmodellen

In dit onderzoek hebben de tijdreeksmodellen tot doel om voorspellingen voor de BBP-groei te genereren. De voorspellingen hebben de vorm van puntvoorspellingen, ofwel concrete waarden. Andere vormen van voorspellingen zijn bijvoorbeeld voorspellingen in de vorm van een interval of kansverdeling. De voorspellingen worden gewaardeerd aan de hand van een verliesfunctie L . Puntvoorspellingen moeten zo dicht mogelijk bij de realisatie liggen, ofwel de voorspelfout moet zo dicht mogelijk bij nul liggen. De voorspelfout is gedefinieerd door

$$e = x - \hat{x},$$

waarbij \hat{x} de voorspelling en x de realisatie is. Als verliesfunctie wordt dan een afstand van de voorspelfout tot nul gekozen. Het is moeilijk, zo niet onmogelijk, om een goede verliesfunctie te vinden als men voorspellingen voor verschillende of onbekende gebruikers maakt. Daarom wordt veelal gebruik gemaakt van de kwadratische verliesfunctie

$$L(e) = e^2.$$

Deze verliesfunctie heeft de prettige eigenschap dat de verwachting van x het verwachte verlies minimaliseert. De beste voorspelling onder het kwadratische verlies is dus gelijk aan de

verwachting. In dit onderzoek worden voorspellingen geconstrueerd op basis van de minimalisatie van het kwadratische verlies. Bij de evaluatie van voorspellingen wordt naast het kwadratische verlies echter ook gekeken naar het absolute verlies, ofwel $L(e) = |e|$.

Puntvoorspellingen zijn concrete waarden. De te voorspellen waarde volgens een tijdreeksmodel is een stochast. In dit licht geven puntvoorspellingen een zeer beperkte voorstelling van zaken. Dat komt omdat de puntvoorspelling geen onzekerheid weergeeft. Het is daarom wenselijk deze onzekerheid weer te geven door middel van bijvoorbeeld een voorspellingsinterval. Dit is een interval om de voorspelling waarbinnen de realisatie met een vaste waarschijnlijkheid optreedt. Deze intervallen kunnen worden afgeleid uit een tijdreeksmodel. Voor de meeste tijdreeksmodellen bestaan er echter geen eenvoudige uitdrukkingen voor de voorspellingsintervallen. Daarnaast geven de intervallen alleen de onzekerheid weer die in het model zit door middel van storingstermen. De intervallen houden geen rekening met de onzekerheid omtrent de parameters in het model. Met stochastische simulatie kunnen echter op eenvoudige wijze voorspelintervallen worden verkregen, die ook rekening houden met de onzekerheid omtrent de parameters. Bij stochastische simulatie worden een aantal 'realisaties' gegenereerd door de residuen uit hun bijbehorende verdelingen te trekken. Uit deze groep van 'realisaties' kan dan een interval worden geconstrueerd.

2.2 Evaluatiemethode van de voorspellingen

De voorspellingen van de voorspelmodellen worden geëvalueerd aan de hand van de voorspelfouten. De voorspelfout voor periode t is het verschil van de voorspelling en de realisatie. De fouten die optreden bij de voorspellingen worden gewaardeerd op basis van het kwadratische verlies en het absolute verlies. Door aan alle voorspellingen evenveel waarde te hechten, wordt het verwachte kwadratische verlies gekenmerkt door de gemiddelde kwadratische fout, ofwel de *Mean Squared Error* (MSE), welke wordt gedefinieerd als

$$MSE = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h e_{t+i}^2.$$

Het verwachte absolute verlies correspondeert nu met de gemiddelde absolute fout, ofwel de *Mean Absolute Error* (MAE):

$$MAE = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h |e_{t+i}|.$$

De gemiddelde kwadratische fout rekent grote fouten relatief zwaarder aan dan de gemiddelde absolute fout. Een voordeel van de gemiddelde absolute fout is, dat deze dezelfde eenheid heeft

als de te voorspellen variabele. Daarom wordt vaak de wortel van de gemiddelde kwadratische fout gebruikt, ofwel de *Root Mean Squared Error* (RMSE), omdat deze nu ook dezelfde eenheid heeft als de te voorspellen variabele.

De maten voor de voorspelfouten, zoals hierboven gedefinieerd, zijn absolute maten. De maten definiëren een ordening van verschillende voorspellingen naar voorspelkwaliteit. Uit deze maten kunnen maten en toetsen worden afgeleid die twee concurrerende voorspellingen met elkaar vergelijken. Voorspellingen van een model worden dan vergeleken met de voorspellingen van een *benchmark* model.

Theil's U is de ratio van de RMSE's van twee voorspellingen:

$$U = \frac{RMSE_1}{RMSE_2},$$

waarbij $RMSE_1$ de RMSE van de voorspellingen van een model zijn en $RMSE_2$ de RMSE van een *benchmark* model, zoals een *random walk* model (Fildes en Stekler, 2002). Een U kleiner dan 1 correspondeert met een kleinere RMSE van voorspellingen van het model ten opzichte van de voorspellingen van het *benchmark* model. In plaats van een *random walk* model kan ook een algemener model worden gebruikt (Fildes en Stekler, 2002).

Theil's U is een maat voor de relatieve voorspelprestaties van twee voorspelmethode. In dit kader is het interessant om de hypothese te toetsen of twee voorspellingen even goed zijn. Diebold en Mariano (1995) hebben een toets ontwikkeld, die onder zeer algemene veronderstellingen toetst of twee voorspellingen even goed zijn. De nulhypothese is dat de verwachting van de 'verliesdifferentiaal' gelijk is aan nul. De verliesdifferentiaal wordt gedefinieerd door

$$d_t = L(e_{1t}) - L(e_{2t}),$$

waarbij L een verliesfunctie is. De toetsgrootte wordt gedefinieerd door

$$DM = \frac{\bar{d}}{\sqrt{2\pi\hat{f}_d(0)/T}},$$

waarbij \bar{d} gelijk is aan het gemiddelde van de verliesdifferentiaal en $\hat{f}_d(0)$ een schatting van de spectraaldichtheid van de verliesdifferentiaal voor de nulfrequentie is.²

De toetsgrootte is asymptotisch standaardnormaal verdeeld. De toets vereist geen enkele veronderstelling omtrent de gegenereerde voorspellingen. De toets beschouwt enkel de

² De spectraaldichtheid in het nulpunt wordt niet-parametrisch geschat met behulp van een uniforme kernel. Zie Diebold en Mariano (1995) voor details.

voorspelfouten, maar ook omtrent de voorspelfouten worden weinig veronderstellingen gemaakt. De voorspelfouten hoeven niet normaal verdeeld te zijn, een gemiddelde gelijk aan nul te hebben, vrij van autocorrelatie en onderlinge correlatie te zijn (Mariano, 2002). Daarnaast kunnen verschillende verliesfuncties worden gebruikt. Harvey *et al.* (1997) stellen een eindige-steekproef correctie voor wanneer de kwadratische fout als verliesfunctie wordt gebruikt. De gecorrigeerde toetsgrootte wordt gegeven door

$$DM^* = \left[\frac{T + 1 - 2h + h(h-1)/T}{T} \right]^{1/2} DM,$$

waarin T gelijk is aan het aantal voorspellingen en h gelijk is aan het aantal perioden dat vooruit wordt voorspeld. De overschrijdingskansen worden vervolgens verkregen uit een t -verdeling met $(T - 1)$ vrijheidsgraden (Harvey *et al.*, 1997). Deze gecorrigeerde toets is gebruikt in de analyse. Voor een overzicht van de Diebold-Mariano toets, zie ook Mariano (2002).

3 De data

3.1 Het reële BBP

Voor dit onderzoek is gebruik gemaakt van een seizoensgecorrigeerde kwartaalreeks (notatie: Y_{*t}) en een ongecorrigeerde kwartaalreeks (notatie: Y_t) voor het reële BBP, welke afkomstig zijn van de Kwartaalrekeningen van het Centraal Bureau voor de Statistiek (CBS). Beide reeksen zijn in constante prijzen van 1995 en lopen van het eerste kwartaal van 1977 (1977:1) tot en met het derde kwartaal van 2002 (2002:3).

De niveaureeksen van het BBP hebben een exponentieel karakter, in die zin dat het BBP fluctueert rond een trendmatige groei van ongeveer 2,5% op jaarbasis. Daarnaast geldt voor het BBP dat deze niet negatief kan zijn. Het is daarom gebruikelijk de natuurlijke logaritmen van de reeksen te beschouwen, te weten $y_t = \ln Y_t$. Voor 'de reële groei' van het BBP worden groeivoeten op jaarbasis gebruikt. Deze zijn gedefinieerd door $r_t = (Y_t - Y_{t-4})/Y_{t-4}$. Deze zijn nagenoeg gelijk aan de jaarverschillen van de logaritmen, te weten $\Delta_4 y_t = y_t - y_{t-4}$.¹ Daarom worden in het onderzoek $\Delta_4 y_t$ als jaargroei en Δy_t als kwartaalgroei beschouwd.

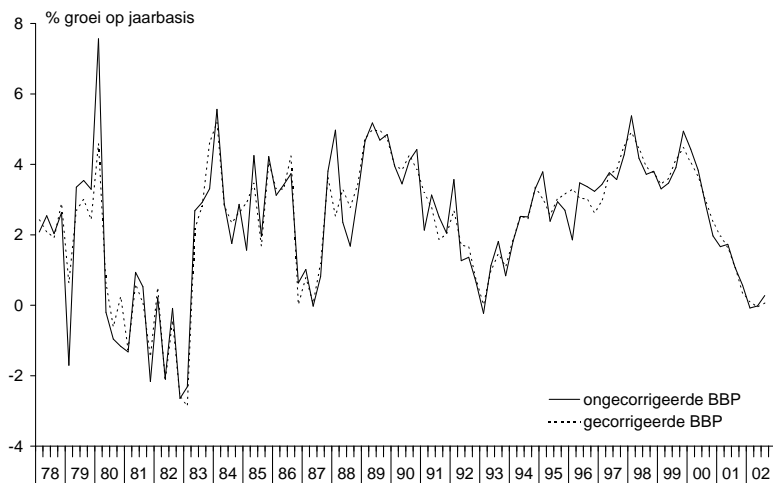
In figuur 3.1 is de reële jaargroei van het ongecorrigeerde en gecorrigeerde BBP gegeven. De twee groeivoeten vertonen grote gelijkenis. Voor de ongecorrigeerde groei valt echter een duidelijke uitschieter naar beneden te constateren op 1979:1 en een even zo grote uitschieter naar boven voor 1980:1. Deze uitschieters kunnen worden verklaard door de bijzonder strenge winter van 1979:1. De positieve uitschieter van 1980:1 is het gevolg van het feit dat groei voor dat kwartaal wordt gemeten ten opzichte van 1979:1. De positieve uitschieter is dus een 'echo' van de voorgaande negatieve uitschieter. Bij de gecorrigeerde data valt hetzelfde patroon te herkennen, maar hebben de uitschieters een geringere omvang. Dit kan worden verklaard door de correctie voor vorstdagen in het gecorrigeerde BBP. In een tijdreeksmodel is het waarschijnlijk verstandig om deze uitschieters te corrigeren door een dummy op te nemen.

Om te komen tot goede modellen voor de data is het van groot belang goed inzicht te hebben in de stationariteitseigenschappen van de data. In dat verband is het belangrijk om vast te stellen of er sprake is van *unit roots*. Dit kan worden vastgesteld met behulp van de ADF toets. In tabel 3.1 zijn de resultaten voor de ADF toetsen gegeven. Het aantal vertragingen in de

¹ Deze benadering volgt uit het feit dat de groei gering van omvang is; deze bedraagt gemiddeld ongeveer 2,5%. Dit betekent dat de teller veel kleiner is dan de noemer. Door de eerste orde Taylor benadering van $\Delta_4 y_t$ te nemen rond het punt van nulgroei volgt:

$$\Delta_4 y_t = \ln(Y_t) - \ln(Y_{t-4}) \cong \frac{\partial}{\partial Y_t} (\ln(Y_t) - \ln(Y_{t-4})) \Big|_{Y_t=Y_{t-4}} (Y_t - Y_{t-4}) = \frac{Y_t - Y_{t-4}}{Y_{t-4}}.$$

Figuur 3.1 Reële jaargroei van het BBP



toetspecificatie is bepaald met behulp van het Schwarz Informatie Criterium (SIC) en het Akaike Informatie Criterium (AIC), waarbij het maximum aantal vertragingen is vastgesteld op zes.

De logaritmen van het reële BBP hebben een lineaire trendmatige ontwikkeling. Daarom wordt een constante en een trend opgenomen in de toetsvergelijking. Voor het eerste verschil van het BBP Δy_t en Δy_{*t} , de kwartaalgroei, is het echter niet redelijk een trend te veronderstellen. Het gemiddelde van de groei is echter niet gelijk aan nul, zodat er enkel een constante in de toetsvergelijking voor de groei wordt opgenomen. Er wordt aangenomen dat beide reeksen maximaal twee *unit roots* kunnen bevatten. Daarom wordt eerst de nulhypothese van twee *unit roots* getoetst tegen de alternatieve hypothese van één *unit root*, door de ADF toets toe te passen op de verschilreeksen Δy_t en Δy_{*t} .

Tabel 3.1 laat zien dat de nulhypothese van de ADF toets voor de verschilreeksen Δy_t en Δy_{*t} wordt verworpen. Dit betekent dat y_t en y_{*t} maximaal één *unit root* kunnen bezitten. De ADF-toetsen voor de niveaureeksen y_t en y_{*t} verwerpen de nulhypothese van *unit root* niet. De beide informatiecriteria SIC en AIC geven over het algemeen een gelijk aantal vertragingen voor de toetsvergelijkingen aan. Een uitzondering hierop is de toets voor de hypothese van één unit root in het gecorrigeerde BBP, maar de conclusie wordt hierdoor niet beïnvloed. Op grond van de ADF toetsen wordt geconcludeerd dat zowel het gecorrigeerde als ongecorrigeerde BBP één

unit root bezitten. Dit betekent dat de eerste verschillen van de reeksen stationair zijn.

Tabel 3.1 ADF toetsen voor unit roots

Variabele	Vertragingen	Criterion	Exogeen	Toetsgrootheid	Kritieke waarde ^a
Δy_t	3	SIC en AIC	constante	-4.26	-2.90
y_t	4	SIC en AIC	constante en trend	-1.74	-3.47
Δy_{*t}	0	SIC en AIC	constante	-9.74	-2.90
y_{*t}	0	SIC	constante en trend	-1.58	-3.47
y_{*t}	5	AIC	constante en trend	-2.07	-3.47

^a5% kritieke waarden van MacKinnon (1991).

De ongecorrigeerde reeks bevat een seizoenscomponent. Deze kan ook een niet-stationair karakter hebben in die zin dat het proces *unit roots* voor de seizoensfrequentie (*seasonal unit roots*) kan bevatten. Hylleberg *et al.* (1990) (afgekort HEGY) hebben een toets ontwikkeld voor de aanwezigheid van *seasonal unit roots*. Als het data generatie proces *seasonal unit roots* bezit, moeten andere transformaties dan de eerste verschillen worden gebruikt om een stationair proces te krijgen (zie bijvoorbeeld Franses (1994)). Daarom wordt getoetst op de aanwezigheid van *seasonal unit roots* met behulp van de HEGY toets. De HEGY toets en *seasonal unit roots* worden in bijlage B besproken. In de toetsspecificatie zijn seizoensdummy's en een lineaire trend opgenomen. Het aantal vertragingen is gebaseerd op het SIC. In tabel 3.2 zijn de toetsresultaten van de HEGY toetsen gegeven. De resultaten impliceren het bestaan van alle *seasonal unit roots*. Deze zijn echter niet overtuigend, want zo wordt de toets voor *seasonal unit root* behorende bij π_2 wel verworpen bij een significantieniveau van 10%. De aanwezigheid van alle *unit roots* impliceert nu dat de jaarverschillen ($\Delta_4 y_t = y_t - y_{t-4}$) een stationaire reeks vormen.

Tabel 3.2 HEGY toets voor seasonal unit roots

Toets en hypothese	Toetsgrootheid	Kritieke waarde ^a
t1 ($H_0 : \pi_1 = 0$)	-2.38	-3.71
t2 ($H_0 : \pi_2 = 0$)	-3.05	-3.08
F1 $H_0 : \pi_3 = \pi_4 = 0$	3.34	6.55

^a5% kritieke waarden voor 48 observaties (Hylleberg *et al.*, 1990).

Aangezien de winter van 1979 zeer streng was, kan deze periode als een uitschieter worden opgevat. Over het algemeen zijn de resultaten van *unit root* toetsen kwetsbaar voor uitschieters en breuken. De toets kan worden aangepast voor de uitschieter, maar dan zijn de kritieke waarden niet meer valide. Daarom is er vervolgens getoetst over de periode 1979:2 tot en met

1995:4. In tabel 3.3 zijn de toetsresultaten weergegeven. Deze toets impliceert wederom de aanwezigheid van alle *unit roots* op de seizoensfrequenties. Wat echter opvalt aan de toetsuitkomsten is dat deze voor de andere twee seizoensfrequenties dicht bij de kritische waarden liggen. Daarnaast blijken de conclusies gevoelig te zijn voor de periode en het aantal vertragingen. Hieruit wordt geconcludeerd dat er op basis van de toetsen moeilijk conclusies over *seasonal unit roots* kunnen worden getrokken. Daarom worden bij de constructie van univariate modellen voor het BBP verschillende veronderstellingen ten aanzien de *seasonal unit roots* gemaakt.

Tabel 3.3 HEGY toets voor seasonal unit roots voor 1979:2 - 1995:4

Exogenen: dummy's en trend	1 vertragingen	Steekproefgrootte: 62
Toets en hypothese	Toetsgrootheid	Kritieke waarde ^a
t1 ($H_0 : \pi_1 = 0$)	-2.83	-3.71
t2 ($H_0 : \pi_2 = 0$)	-2.44	-3.08
F1 $H_0 : \pi_3 = \pi_4 = 0$	6.30	6.55

^a5% kritieke waarden voor 48 observaties (Hylleberg *et al.*, 1990).

De seizoensinvloeden in het ongecorrigeerde BBP kunnen worden afgeleid uit de gecorrigeerde en de ongecorrigeerde reeks. Vanwege het exponentiële karakter van het BBP, worden voor de seizoensinvloeden een multiplicatief karakter verondersteld, zodat $Y_t = Y_{*t} S_t$. Dit betekent dat de logaritmen van de seizoensinvloeden worden gegeven door

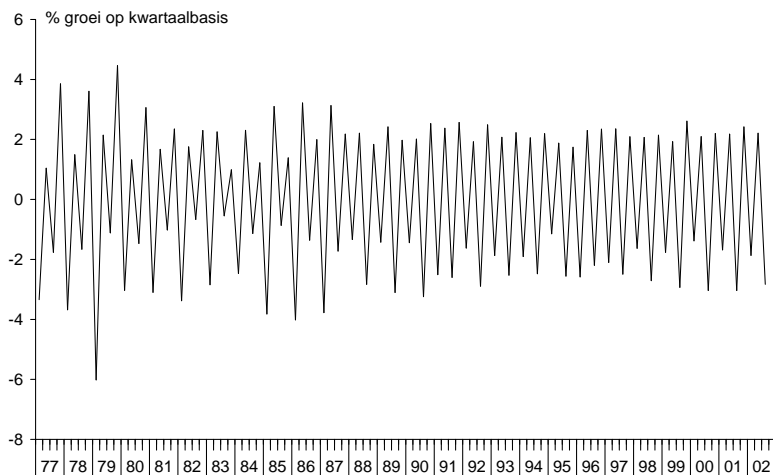
$$s_t = y_t - y_{*t}. \quad (3.1)$$

De seizoensinvloeden zijn weergegeven in figuur 3.2. Per definitie moet het seizoenseffect een verwachting gelijk aan nul hebben en mag het proces voor het seizoenseffect geen *unit root* hebben voor de frequentie 0. Het proces mag alleen *seasonal unit roots* hebben. De conclusies van de HEGY toetsen omtrent *seasonal unit roots* zijn voor de seizoensinvloeden overeenkomstig de conclusies van het ongecorrigeerde BBP en zijn daarom niet gegeven.

3.2 De CPB-conjunctuurindicator

In het onderzoek wordt een gereviseerde versie van de CPB-conjunctuurindicator gebruikt. Deze index is samengesteld uit een groot aantal voorlopende conjunctuurindicatoren. Voor de constructie van de index zie Bonenkamp (2003). Van de index wordt verondersteld dat deze een adequate samenvatting is van de conjuncturele informatie van de indicatoren. De index op tijdstip t wordt genoteerd door c_t . In figuur 3.3 is de index weergegeven. De index is

Figuur 3.2 De seizoensinvloeden



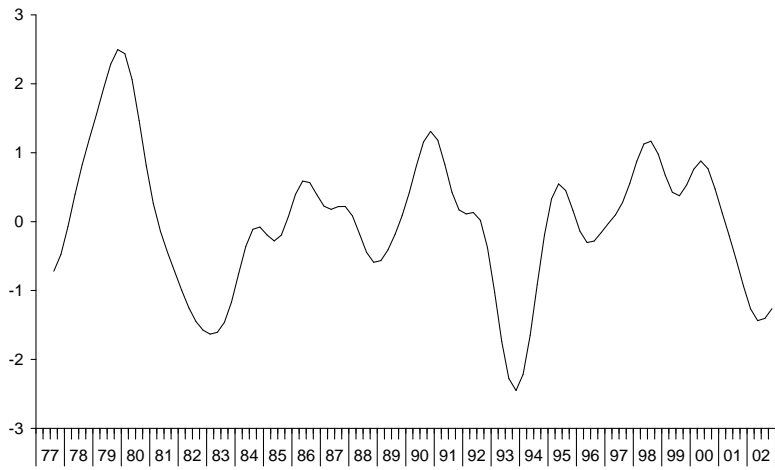
gestandaardiseerd, zodat deze een gemiddelde gelijk aan nul heeft en een standaardafwijking gelijk aan één heeft. De schaal van de index geeft dus de uitslagen in standaardafwijkingen weer.

De constructie van de index verloopt in twee fasen. In de eerste fase worden de conjunctuurcomponenten uit de losse indicatoren gefilterd. In de tweede fase worden de componenten gecombineerd tot een index. Van de index mag dus verwacht worden dat een belangrijk deel van zijn eigenschappen afkomstig zijn van de gebruikte filters. De componenten worden gefilterd met behulp van het Christiano-Fitzgerald (CF) filter, welke een eindige-steekproef benadering van het ideale bandpass-filter is (Bonenkamp, 2003). Dit filter verwijdert de ruis, seizoensfluctuaties en trendmatige bewegingen uit de componenten. Hierdoor is de index zelf ook vrij van ruis, seizoensfluctuaties en trendmatige bewegingen.

Doordat de index vrij is van ruis, heeft deze een zeer glad verloop. Hierdoor is de tijdreeksanalyse niet het meest geschikte kader voor de analyse van de index. In de tijdreeksanalyse wordt verondersteld dat de reeks is gegenereerd door een stochastisch proces.

Het stochastische karakter van het proces mondt uit in de ruis ofwel discontinue fluctuaties. Doordat de index geen ruis heeft, kan er geen inschatting worden gemaakt van de onzekerheid die optreedt bij de generatie van de index en is het dus niet zinvol om de index op te vatten als een realisatie van een stochastisch proces. De index kan daarom beter opgevat worden als een onbekende functie.

Figuur 3.3 CBP-conjunctuurindicator



4 Univariate modellen

In dit hoofdstuk worden univariate modellen voor het BBP en de index geconstrueerd. Deze univariate modellen dienen een tweeledig doel. Ten eerste leveren de univariate modellen veel informatie op die kan worden gebruikt bij het construeren van bivariate modellen. Ten tweede zijn de voorspellingen van een univariaat model voor het BBP een geschikte maatstaf om de voorspellingen van bivariate modellen mee te vergelijken. Dit volgt uit het feit dat het verschil tussen een goed univariaat model voor het BBP en een goed bivariaat model alleen uit de bijdrage van de index bestaat. Het verschil tussen de voorspellingen van een goed univariaat model en een goed bivariaat model geeft dus informatie over de voorspellende waarde van de index.

In eerste instantie wordt het ongecorrigeerde BBP gemodelleerd. Vervolgens worden modellen geconstrueerd op basis van de decompositie van het ongecorrigeerde BBP in het gecorrigeerde BBP en de seizoensinvloeden. Tenslotte wordt er een univariaat model voor de index geconstrueerd.

4.1 Het ongecorrigeerde reële BBP

In de analyse van de eigenschappen voor het ongecorrigeerde BBP wordt geconcludeerd dat deze reeks een gewone *unit root* bezit, omtrent de *seasonal unit roots* bestaat echter onzekerheid. Daarom worden vijf modellen bekeken, waarbij verschillende veronderstellingen omtrent de *seasonal unit roots* zijn gemaakt. De modellen worden aangeduid met UNI-1 tot en met UNI-5. De schattingsresultaten van deze modellen worden weergegeven in tabel 4.1.

4.1.1 UNI-1: een ARMA model voor Δy_t

De veronderstelling dat het ongecorrigeerde BBP geen *seasonal unit roots* bezit, impliceert dat de reeks van kwartaalverschillen Δy_t stationair is. Er moeten echter voorspellingen worden gemaakt voor de jaarverschillen $\Delta_4 y_t$. Het proces voor de jaarverschillen $\Delta_4 y_t$ bevat in dit geval echter niet-inverteerbare MA-termen (termen voor voortschrijdend gemiddelde in een ARMA-model), omdat de kwartaalverschillen reeds stationair zijn (Franses, 1998). Niet-inverteerbare MA-termen in het proces leveren problemen op bij het schatten en identificeren van een model. De reeks kan echter gewoon in kwartaalverschillen worden gemodelleerd. Voorspellingen voor de kwartaalverschillen kunnen vervolgens eenvoudig worden omgezet naar voorspellingen voor de jaarverschillen, omdat

$\Delta_4 y_t = \Delta y_t + \Delta y_{t-1} + \Delta y_{t-2} + \Delta y_{t-3}$. De relatie tussen de jaarverschillen en kwartaalverschillen is lineair, wat impliceert dat zuivere voorspellingen voor de kwartaalverschillen ook zuivere voorspellingen voor de jaarverschillen geven.

Tabel 4.1 Schattingsresultaten voor het ongecorrigeerde BBP

Model	Schattingsresultaten				
UNI-1	$\Delta y_t = -0.04 Q_t^1 + 0.05 Q_t^2 - 0.04 Q_t^3 + 0.05 Q_t^4 - 0.06 \Delta D_t^{79:1} + u_t$ $u_t = 0.51 u_{t-4} + \varepsilon_t - 0.33 \varepsilon_{t-1}$				
UNI-2	$\Delta y_t = -0.04 Q_t^1 + 0.05 Q_t^2 - 0.04 Q_t^3 + 0.05 Q_t^4 - 0.05 \Delta D_t^{79:1} + u_t$ $u_t = -0.24 u_{t-1} + 0.53 (u_{t-4} + 0.24 u_{t-5}) + \varepsilon_t$				
UNI-3	$\Delta_2 y_t = 0.01 - 0.05 \Delta_2 D_t^{79:1} + u_t$ $u_t = 0.61 u_{t-1} - 0.74 u_{t-2} + 0.52 u_{t-3} + \varepsilon_t$				
UNI-4	$\Delta_4 y_t = 0.02 - 0.05 \Delta_4 D_t^{79:1} + u_t$ $u_t = 0.76 u_{t-1} + \varepsilon_t - 0.47 \varepsilon_{t-4}$				
UNI-5	$\Delta \Delta_4 y_t = -0.05 \Delta \Delta_4 D_t^{79:1} + u_t$ $u_t = \varepsilon_t - 0.31 \varepsilon_{t-1} - 0.38 (\varepsilon_{t-4} - 0.31 \varepsilon_{t-5})$				
	UNI-1	UNI-2	UNI-3	UNI-4	UNI-5
Schattingsperiode	1978:2 – 1995:4	1978:3 – 1995:4	1978:2 – 1995:4	1978:2 – 1995:4	1978:2 – 1995:4
R^2	0.94	0.93	0.68	0.56	0.52
$\hat{\sigma}^2$	$1.74 \cdot 10^{-4}$	$1.80 \cdot 10^{-4}$	$1.41 \cdot 10^{-4}$	$1.92 \cdot 10^{-4}$	$1.97 \cdot 10^{-4}$
Jarque-Bera toets	0.22 [0.90]	0.67 [0.72]	1.09 [0.58]	2.60 [0.27]	1.97 [0.37]
Seriële correlatie LM(1)	0.86 [0.35]	2.36 [0.12]	0.04 [0.84]	1.69 [0.19]	0.27 [0.60]
Seriële correlatie LM(4)	2.07 [0.72]	3.61 [0.46]	3.72 [0.44]	2.04 [0.73]	0.94 [0.92]
ARCH LM(1)	0.84 [0.36]	0.38 [0.54]	0.16 [0.69]	0.63 [0.43]	0.09 [0.76]
ARCH LM(4)	2.41 [0.66]	1.80 [0.77]	3.55 [0.47]	12.25 [0.02]	4.03 [0.40]
Ramsey RESET F-toets	1.22 [0.27]	0.73 [0.40]	0.49 [0.49]	0.01 [0.92]	1.10 [0.30]

Modelselectie voor Δy_t levert het volgende ARIMA-model op:

$$\Delta y_t = \varphi_1 Q_t^1 + \varphi_2 Q_t^2 + \varphi_3 Q_t^3 + \varphi_4 Q_t^4 + \gamma_1 \Delta D_t^{79:1} + u_t \quad (4.1)$$

$$u_t = \alpha_4 u_{t-4} + \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1},$$

waarbij Q_t^1, \dots, Q_t^4 kwartaaldummy's zijn, $D_t^{79:1}$ een dummy voor het eerste kwartaal van 1979 is en $\varepsilon_t \sim GWN(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

In tabel 4.1 zijn de schattingsresultaten van het model weergegeven.¹ In het bovenste gedeelte is het model met geschatte coëfficiënten weergegeven. Onder de coëfficiënten zijn tussen haken de bijbehorende t -waarden gegeven. In het onderste gedeelte van de tabel zijn de schattingsperiode, twee statistieken en een aantal specificatietoetsen van de modellen weergegeven. Een waarde tussen vierkante haken geeft de overschrijdingskans van de bijbehorende toets weer. De schattingsperiode is afhankelijk van de beschikbaarheid van data en is in de tabel aangegeven. Alle modellen worden geschat tot en met 1995:4. De statistiek $\hat{\sigma}^2$ is gelijk aan steekproefvariantie van de residuen van het model.² Deze residuen worden opgevat als de realisatie van de storingsterm ε_t . De R^2 geeft de fractie van de variantie weer die wordt verklaard door het model.³ Deze maten kunnen alleen onderling vergeleken worden tussen twee modellen wanneer beide modellen een gelijke transformatie gebruiken. De Jarque-Bera toets is een toets op de normaliteit van de residuen toets (Jarque en Bera, 1980). De LM-toetsen voor autocorrelatie zijn van Breusch-Godfrey, die toetsen op autocorrelaties van de eerste respectievelijk de vierde orde (Johnston en DiNardo, 1997, pp. 185-186). De LM toetsen op ARCH zijn toetsen op heteroscedasticiteit ofwel een variërende variantie van de residuen. Deze toetsen beschouwen heteroscedasticiteit van een eerste respectievelijk een vierde orde ARCH-structuur (Johnston en DiNardo, 1997, pp. 198-200). Tot slot toetst de Ramsey RESET op een grote verscheidenheid van misspecificaties door het model uit te breiden met een kwadraat van de voorspellingen van het model. Significantie van deze term wijst op een specificatiefout (Johnston en DiNardo, 1997, p. 121).

Volgens de specificatietoetsen in tabel 4.1, lijkt het model goed gespecificeerd. De AR(4)-term in het model wordt geassocieerd met de seizoensfluctuaties in de reeks. De MA(1)-term kan geïnterpreteerd worden als seizoensvrije dynamiek van de reeks.

4.1.2 UNI-2: een multiplicatief AR model voor Δy_t

Aan het gebruik van Moving Average-termen in het univariate model kleven een aantal nadelen. Ten eerste wordt de kwadratensom van de residuen een niet-lineaire functie van de parameters. Daardoor moet een niet-lineaire optimalisatieprocedure worden gebruikt om de parameters te schatten. Een groter nadeel is echter dat het gebruik van Moving Average-termen zich moeilijk

¹ Alle schattingsresultaten en de bijbehorende specificatietoetsen zijn met het econometrische softwarepakket Eviews 3.1 verkregen.

² De steekproefvariantie is gedefinieerd door $\hat{\sigma}^2 = \frac{e'e}{T-k}$, waarbij e de vector met residuen is, T het aantal observaties is waarover het model is geschat en k het aantal parameters in het model is.

³ De R^2 wordt gedefinieerd door $R^2 = 1 - \frac{e'e}{y'y}$, waarbij e de vector met residuen en y de vector van waarnemingen zijn.

laat generaliseren naar multivariate modellen. Tot slot kan de identificatie van modellen met Moving Average-termen lastig zijn, omdat deze termen kunnen worden benaderd door autoregressieve termen en omgekeerd (Harvey, 1989, pp. 78-80).

De MA-term in het model UNI-1 kan worden geïnverteerd. Het dynamische gedeelte van UNI-1 wordt gevormd door de tweede vergelijking van (4.1):

$$(1 - \alpha_4 L^4) u_t = (1 + \beta_1 L) \varepsilon_t.$$

Door de MA-term te inverteren volgt:

$$(1 + \beta_1 L)^{-1} (1 - \alpha_4 L^4) u_t = \varepsilon_t,$$

wat gelijk is aan

$$(1 + \beta_1 L - \beta_1^2 L^2 + \beta_1^3 L^3 - \dots)(1 - \alpha_4 L^4) u_t = \varepsilon_t.$$

De eerste factor vormt een autoregressief proces van een oneindige orde. Aangezien de coëfficiënten exponentieel afnemen met de orde, kan deze factor met een eindig autoregressief proces worden benaderd. Uit modelselectie volgt dat de inverse kan worden benaderd door één autoregressieve term:

$$(1 - \alpha_1 L) (1 - \alpha_4 L^4) u_t = \varepsilon_t. \quad (4.2)$$

Het totale model wordt nu

$$\begin{aligned} \Delta y_t &= \varphi_1 Q_t^1 + \varphi_2 Q_t^2 + \varphi_3 Q_t^3 + \varphi_4 Q_t^4 + \gamma_1 \Delta D_t^{79:1} + u_t \\ (1 - \alpha_1 L) (1 - \alpha_4 L^4) u_t &= \varepsilon_t, \end{aligned} \quad (4.3)$$

ofwel

$$\begin{aligned} \Delta y_t &= \varphi_1 Q_t^1 + \varphi_2 Q_t^2 + \varphi_3 Q_t^3 + \varphi_4 Q_t^4 + \gamma_1 \Delta D_t^{79:1} + u_t \\ u_t &= \alpha_1 u_{t-1} + \alpha_4 u_{t-4} - \alpha_1 \alpha_4 u_{t-5} + \varepsilon_t. \end{aligned}$$

Dit model is een speciaal geval van het multiplicatieve seizoensmodel van Box en Jenkins (1976, pp. 303-305). Deze klasse van modellen wordt besproken in bijlage B. In het bijzonder heeft dit model een $AR(1) \times SAR(1)$ structuur. De structuur van het model wordt gegeven door (4.2). De structuur bestaat uit twee factoren. De eerste factor, $(1 - \alpha_1 L)$, beschrijft een gewoon $AR(1)$ proces tussen de opvolgende kwartalen. De tweede factor, $(1 - \alpha_4 L^4)$, is een $AR(4)$ term die de relatie tussen twee dezelfde kwartalen in opeenvolgende jaren weergeeft. De tweede factor beschrijft eigenlijk een $AR(1)$ proces voor de opeenvolgende jaren en wordt daarom als een *Seasonal* $AR(1)$, ofwel $SAR(1)$, aangeduid. De structuur in (4.2) is het product van de twee

factoren en wordt daarom aangeduid met $AR(1) \times SAR(1)$. Deze structuur is een speciaal geval van een $ARIMA(5,1,0)$ model, waarbij de $AR(5)$ -term gerestricteerd wordt door $\alpha_5 = -\alpha_1 \alpha_4$. De schattingsresultaten leveren geen aanwijzingen van misspecificatie. Dit model verschilt niet noemenswaardig in *fit* van UNI-1. De $AR(1)$ term zit echter op de rand van eliminatie.

4.1.3 UNI-3: een AR model voor $\Delta_2 y_t$

De HEGY toetsen suggereren dat er mogelijk sprake is van een *seasonal unit root* behorende bij twee cycli per jaar. Dit betekent dat $\Delta_2 y_t$ een stationaire reeks is. Deze reeks geeft de halfjaargroei van het BBP weer. Voorspellingen voor de jaargroei worden verkregen met $\Delta_4 y_t = \Delta_2 y_t + \Delta_2 y_{t-2}$. Modelselectie levert het volgende model op:

$$\begin{aligned} \Delta_2 y_t &= \gamma_0 + \gamma_1 \Delta_2 D_t^{79:1} + u_t \\ u_t &= \alpha_1 u_{t-1} + \alpha_2 u_{t-2} + \alpha_3 u_{t-3} + \varepsilon_t. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Dit model is dus een $AR(3)$ model. Door één verschiloperator uit te werken volgt dat dit model gelijk is aan een $AR(4)$ model met een wortel van de AR polynoom gelijk aan -1 .

4.1.4 UNI-4: een ARMA model voor $\Delta_4 y_t$

De veronderstelling dat het BBP alle *seasonal unit roots* bezit, betekent dat $\Delta_4 y_t$ stationair is. Modelselectie geeft het volgende model:

$$\begin{aligned} \Delta_4 y_t &= \gamma_0 + \gamma_1 \Delta_4 D_t^{79:1} + u_t \\ u_t &= \alpha_1 u_{t-1} + \varepsilon_t + \beta_4 \varepsilon_{t-4}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

De $MA(4)$ -term kan worden verklaard uit de seizoensfluctuaties. De $AR(1)$ -term kan worden toegeschreven aan de seizoensvrije dynamiek van het BBP. De residuen van het model zijn echter heteroscedastisch, omdat de LM -toets tegen heteroscedasticiteit van een $ARCH(4)$ gedaante verworpen wordt. Heteroscedasticiteit is veelal het gevolg van misspecificatie, zeker gezien het feit dat er voor andere modellen geen aanwijzingen voor heteroscedasticiteit gevonden zijn.

4.1.5 UNI-5: het airline model

Een zeer bekend model voor seizoensdata is het zogeheten *airline* model, dat door Box en Jenkins (1976, pp. 305-306) wordt gebruikt om maandreeksen van aantallen luchtvaartpassagiers te modelleren. Met het model zijn een groot aantal seizoensreeksen succesvol gemodelleerd. Daarnaast heeft het model een sterke relatie met het *Basic Structural Model* van Harvey (1989, p.47). Het model veronderstelt dat de reeks een gewone *unit root* met multipliciteit gelijk aan

twee bezit en dat de reeks alle *seasonal unit roots* bezit. Dit betekent dat $\Delta\Delta_4 y_t$ stationair is. Deze reeks wordt dus verkregen door eerst het jaarverschil van y_t te nemen en vervolgens het kwartaalverschil. Het *airline* model heeft de volgende gedaante:

$$\begin{aligned}\Delta\Delta_4 y_t &= \gamma_1 \Delta\Delta_4 D_t^{79:1} + u_t \\ u_t &= (1 + \beta_1 L) (1 + \beta_4 L^4) \varepsilon_t.\end{aligned}$$

Het model lijkt goed gespecificeerd. Er is geen sprake van modelselectie geweest, want het *airline* model heeft deze gedaante (uitgezonderd de dummy). Het is daarom opmerkelijk dat de specificatietoetsen geen enkele indicatie van misspecificatie geven.

4.2 Het gecorrigeerde reële BBP

Het doel van dit onderzoek is het genereren van voorspellingen voor de ongecorrigeerde jaargroei van het BBP. Uit de analyse van het ongecorrigeerde BBP blijken seizoensfluctuaties een belangrijk deel uit te maken van de variatie van de reeks. Door gebruik te maken van het gecorrigeerde BBP, kan het ongecorrigeerde BBP worden ontbonden in het gecorrigeerde BBP en de seizoensinvloeden. Door deze twee componenten apart te modelleren en te veronderstellen dat de componenten onafhankelijk zijn, kunnen voorspellingen voor het ongecorrigeerde BBP worden gegenereerd.

Deze aanpak heeft als voordeel dat er als bijproduct voorspellingen voor het gecorrigeerde BBP worden verkregen die ‘consistent’ zijn met voorspellingen voor het ongecorrigeerde BBP. Hierdoor wordt ook direct inzichtelijk wat de bijdrage van de seizoensfluctuaties aan de voorspellingen is. Een groot nadeel van deze aanpak is dat bij de constructie van het gecorrigeerde BBP een tweezijdig filter is gebruikt. Gezien het ad hoc karakter van het filter is het onduidelijk wat het gecorrigeerde BBP precies behelst en deze reeks kan daardoor ongewenste eigenschappen bezitten ten gevolge van het gebruik van het filter. Daarnaast is, vanwege het tweezijdige karakter van het filter, informatie uit de toekomst gebruikt om de huidige seizoensdecompositie te bepalen. Aangezien deze informatie niet aanwezig is bij het maken van *ex ante* voorspellingen, kan de voorspelevaluatie een vertekend beeld geven van voorspellingen gebaseerd op deze aanpak.

De modellen UNI-7 en UNI-8 zijn gebaseerd op de seizoensdecompositie. De modellen onderscheiden zich met verschillende specificaties voor het gecorrigeerde BBP. Deze specificaties worden uitgebreid met de seizoensvergelijking die de seizoensinvloeden modelleert en de veronderstelling dat de seizoensinvloeden onafhankelijk zijn van het gecorrigeerde BBP. In Tabel 5 zijn de schattingsresultaten voor het gecorrigeerde BBP en de seizoensinvloeden

gegeven.

Tabel 4.2 Schattingsresultaten voor het gecorrigeerde BBP

Model	Schattingsresultaten
UNI-6	$\Delta y_{*t} = 0.004 - 0.02 \Delta D_t^{79:1} + u_t$ <p style="text-align: center;">(2.20) (-20.37)</p> $u_t = 0.343u_{t-5} + \varepsilon_t$ <p style="text-align: center;">(2.92)</p>
UNI-7	$\Delta y_{*t} = 0.005 - 0.02 \Delta D_t^{79:1} + \varepsilon_t$ <p style="text-align: center;">(5.44) (-3.52)</p>

De univariate modellen voor het gecorrigeerde BBP worden uitgebreid met de onderstaande seizoensvergelijking en de aanname van onafhankelijkheid tussen de twee vergelijkingen

Seizoensvergelijking

SEAS

$$s_t = - 0.02 Q_t^1 + 0.02 Q_t^2 - 0.02 Q_t^3 + 0.02 Q_t^4 - 0.03 D_t^{79:1} + \eta_t$$

(-4.01) (4.43) (-3.83) (3.37) (-5.90)

$$\eta_t = - 0.28 \eta_{t-2} + 0.54 \eta_{t-4} + v_t$$

(-2.69) (5.13)

	UNI-7	UNI-8	SEAS
Schattingsperiode	1978:3 – 1995:4	1977:2 – 1995:4	1978:1 – 1995:4
R^2	0.24	0.15	0.96
$\hat{\sigma}^2$	$7.24 \cdot 10^{-5}$	$7.51 \cdot 10^{-5}$	$2.88 \cdot 10^{-5}$
Jarque-Bera toets	4.67 [0.10]	24.55 [0.00]	18.36 [0.00]
Seriële correlatie LM(1)	0.004 [0.95]	0.18 [0.67]	1.60 [0.20]
Seriële correlatie LM(4)	1.01 [0.91]	2.06 [0.72]	3.71 [0.45]
ARCH LM(1)	0.24 [0.62]	0.25 [0.62]	0.004 [0.95]
ARCH LM(4)	4.44 [0.35]	8.50 [0.07]	1.07 [0.90]
Ramsey RESET F-toets	0.06 [0.81]	0.25 [0.62]	0.56 [0.46]

4.2.1 UNI-7: een ARIMA(5,1,0) model

Het gecorrigeerde BBP bevat enkel een gewone *unit root*. Dit betekent dat het kwartaalverschil een stationaire reeks oplevert. Modelselectie levert het volgende model voor de seizoensgecorrigeerde reeks op:

$$\Delta y_{*t} = \gamma_0 + \gamma_1 \Delta D_t^{79:1} + u_t \tag{4.6}$$

$$u_t = \alpha_1 u_{t-5} + \varepsilon_t,$$

Het model doorstaat alle specificatietoetsen, echter is de AR(5)- term niet goed te verklaren. Het lijkt dan ook een artefact van het filter te zijn, wat aangeeft dat de gecorrigeerde data over ongewenste eigenschappen bezit.

4.2.2 UNI-8: een Random Walk model

Door deze term weg te laten wordt een zogeheten *random walk* model verkregen:

$$\Delta y_{*t} = c + \gamma_1 \Delta D_t^{79:1} + \varepsilon_t. \quad (4.7)$$

Aan deze specificatie vallen twee dingen op, in tegenstelling tot UNI-7 lijken de residuen niet normaal en heteroscedastisch; zie tabel 4.2. Dit duidt op misspecificatie. De AR(5) term uit UNI-7 is daardoor noodzakelijk voor een goed model. Hierdoor moet de AR(5)-term worden opgevat als een artefact van het seizoensfilter.

Gezien de autoregressieve structuur van zowel de gecorrigeerde BBP-vergelijkingen als de seizoensvergelijking, is het mogelijk om beide vergelijkingen gezamenlijk te modelleren in een SUR. Zodoende wordt de aanname van onafhankelijkheid tussen de BBP- en de seizoensvergelijking losgelaten. De resulterende modellen leveren echter geen nieuwe inzichten op en hebben geen noemenswaardige verbetering van de voorspellingen tot gevolg. Daarom zijn de resultaten van deze modellen niet weergegeven.

4.3 De seizoensinvloeden

De seizoensinvloeden hebben per definitie geen *unit root*, maar kunnen wel *seasonal unit roots* bezitten. Conclusies hieromtrent corresponderen echter met de conclusies van het ongecorrigeerde BBP en zijn daarom niet gegeven. Uit de evaluatie van de voorspellingen van de modellen voor het ongecorrigeerde BBP blijken modellen die geen *seasonal unit roots* veronderstellen de beste voorspellingen te genereren. Daarom wordt verondersteld dat de seizoensinvloeden geen *seasonal unit roots* bevatten. Modelselectie levert de volgende specificatie voor de seizoensinvloeden op:

$$\begin{aligned} s_t &= \theta_1 Q_t^1 + \theta_2 Q_t^2 + \theta_3 Q_t^3 + \theta_4 Q_t^4 + \lambda_1 D_t^{79:1} + \eta_t \\ \eta_t &= \pi_2 \eta_{t-2} + \pi_4 \eta_{t-4} + v_t. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Deze specificatie lijkt volgens de specificatietoetsen goed gespecificeerd. De enige uitzondering is de Jarque-Bera toets, die de normaliteit van de residuen verwerpt.

4.4 Univariate modellen voor het BBP

De verschillende univariate modellen laten zich onderling slecht vergelijken, omdat er verschillende transformaties zijn gebruikt en sommige modellen op de seizoensdecompositie zijn gebaseerd. Daardoor kunnen de modellen alleen op basis van hun voorspellingen goed

worden vergeleken. Aangezien het univariate model een robuust voorspelmodel moet zijn, worden de *out-of-sample* voorspellingen van de univariate modellen geëvalueerd.

In tabel 4.3 is de voorspelevaluatie weergegeven. Het model UNI-1 wordt als *benchmark* beschouwd voor de overige modellen. De resultaten van de voorspelevaluatie laten zien dat UNI-2 het beste voorspelmodel is voor het ongecorrigeerde BBP. Volgens de Diebold-Mariano toets is dit verschil in voorspelkwaliteit significant op ongeveer 10%, als wordt uitgegaan van het tweezijdige alternatief. Modellen die het bezit van één of meer *seasonal unit roots* veronderstellen, genereren slechtere voorspellingen, hoewel de verschillen niet significant zijn.

Voorspellingen op basis van de seizoensdecompositie zijn op de korte termijn beter dan de voorspellingen van het *benchmark* model. Op de lange termijn zijn de voorspellingen echter slechter. In Bijlage B is een simulatie met een seizoensfilter gedaan om te kijken hoe groot het informatievoordeel is dat optreedt door het tweezijdige karakter. Uit dit experiment blijkt dat de voorspelkracht van de decompositie geheel verdwijnt als het filter *ex ante* gebruikt zou worden. Verder toont de voorspelevaluatie aan dat de AR(5) een belangrijke voorspellende waarde heeft voor het gecorrigeerde BBP. Dit toont aan dat het gecorrigeerde BBP onwenselijke eigenschappen bezit en maakt de reeks daardoor minder geschikt om te modelleren of te gebruiken voor het genereren van voorspellingen.

Tabel 4.3 Out-of-sample voorspelfouten van de univariate modellen over 1996:1-2002:3

Kwartalen vooruit		UNI-1	UNI-2	UNI-3	UNI-4	UNI-5	UNI-6	UNI-7
1	RMSE	0.70	0.68	0.73	0.73	0.70	0.56	0.57
	MAE	0.57	0.54	0.61	0.58	0.57	0.46	0.47
	Theil's U		0.96	1.03	1.04	1.00	0.80	0.81
	Diebold-Mariano		1.76 [0.05]	-0.79 [0.78]	-0.45 [0.67]	0.03 [0.49]	1.84 [0.04]	1.79 [0.04]
2	RMSE	1.03	1.00	1.05	1.15	1.05	0.86	0.93
	MAE	0.89	0.85	0.93	1.01	0.88	0.74	0.81
	Theil's U		0.97	1.03	1.12	1.02	0.84	0.90
	Diebold-Mariano		1.42 [0.08]	-0.67 [0.75]	-1.33 [0.90]	-0.23 [0.59]	1.96 [0.03]	1.12 [0.14]
3	RMSE	1.24	1.20	1.32	1.44	1.34	1.22	1.34
	MAE	1.11	1.07	1.21	1.32	1.11	1.06	1.21
	Theil's U		0.97	1.07	1.16	1.08	0.99	1.08
	Diebold-Mariano		1.50 [0.07]	-1.46 [0.92]	-2.03 [0.97]	-0.83 [0.79]	0.28 [0.39]	-0.93 [0.82]
4	RMSE	1.47	1.43	1.55	1.68	1.63	1.55	1.72
	MAE	1.31	1.28	1.42	1.55	1.35	1.34	1.55
	Theil's U		0.97	1.05	1.14	1.10	1.05	1.17
	Diebold-Mariano		1.81 [0.04]	-1.12 [0.86]	-1.94 [0.97]	-0.97 [0.83]	-1.07 [0.85]	-1.78 [0.96]

4.5 De CPB-conjunctuurindicator

De CPB-conjunctuurindicator is een samengestelde voorlopende index van conjunctuurindicatoren. Bij de constructie is intensief gebruik gemaakt van filters waardoor de index vrij is van ruis. Hierdoor is de tijdreeksanalyse niet het meest geschikte kader om de index binnen te analyseren. De index kan daarom beter worden opgevat als een onbekende functie. Deze functie is onmogelijk te bepalen, maar laat zich mogelijk benaderen door een autoregressief model of door een polynoom. Het autoregressieve model voor de index, c_t , heeft de volgende gedaante

$$c_t = \sum_{i=1}^p \omega_i c_{t-i} + \xi_t, \quad (4.9)$$

waarbij het aantal vertragingen p wordt gekozen op basis van het Schwarz Informatie Criterium (SIC). Dit model zou de index goed moeten kunnen voorspellen. Er kan echter niet worden verondersteld dat het een correct model is in de zin dat het aan specificatie-eisen voldoet. Uitgaande van maximaal 8 vertragingen suggereert het SIC 6 vertragingen te gebruiken. De geschatte specificatie wordt weergegeven in tabel 4.4.

Tabel 4.4 Schattingsresultaten voor de CPB-conjunctuurindicator

	$c_t = 4.66 c_{t-1} - 9.93 c_{t-2} + 12.35 c_{t-3} - 9.44 c_{t-4} + 4.22 c_{t-5} - 0.86 c_{t-6} + \xi_t$ (71.98) (-37.69) (24.33) (-19.65) (15.67) (-12.89)
Geïnverteerde wortels ^a	0.95 + 0.22i, 0.95 - 0.22i, 0.81 + 0.55i, 0.81 - 0.55i, 0.56 + 0.79i, 0.56 - 0.79i
Schattingsperiode	1978:4 - 1995:4
R^2	1.00
Durbin-Watson statistiek	1.40

^a i is het imaginaire getal dat wordt gedefinieerd door $i^2 = -1$.

De specificatie voor de index is niet correct gespecificeerd. Zo geeft de Durbin-Watson statistiek aan dat de verstoringen waarschijnlijk serieel gecorreleerd zijn. Omdat de index niet wordt beschouwd in een stochastisch kader, hebben specificatietoetsen geen betekenis en zijn dus niet weergegeven. Door de gladheid van de index wordt de index toch nagenoeg geheel *gefit* door de bovenstaande specificatie. De stabiliteit van de specificatie maakt de specificatie daarom een geschikte voorspelvergelijking voor de index.

Een andere methode is om de index te benaderen met een polynoom. De benadering van de index op tijdstip t door een polynoom van de graad n wordt gegeven door:

$$f(\tau, t) = a_{0,t} + a_{1,t} \tau + \dots + a_{n,t} \tau^n.$$

De coëfficiënten $a_{0,t}, a_{1,t}, \dots, a_{n,t}$ dienen zodanig gekozen te worden dat de waarden van de index c_{t-h-1}, \dots, c_t op de polynoom liggen. polynoom de functie goed benadert. Als de index zelf gegenereerd is door een polynoom van de graad n , dan is er geen sprake meer van een benadering. De coëfficiënten $a_{0,t}, a_{1,t}, \dots, a_{n,t}$ zijn dan constant, dus niet afhankelijk van t . In dat geval voldoet de index aan de volgende differentievergelijking:

$$\Delta^{n+1} c_t = 0.$$

Is de polynoom slechts een benadering, dan wordt de differentievergelijking

$$\Delta^{n+1} c_t = \varepsilon_t,$$

ofwel een benadering met een vierdegraads polynoom resulteert in een AR(5) model met alle wortels van de karakteristieke functie gelijk aan 1. Een benadering met een polynoom is dus een speciaal geval van het autoregressieve model. Bij de schattingsresultaten van het autoregressieve model zijn ook de geïnverteerde wortels van de verdragingspolynoom gegeven. Het autoregressieve model heeft geen geïnverteerde wortels gelijk aan één en de wortels lijken zelfs behoorlijk van één af te wijken. Dit betekent dat het autoregressieve model verschilt van een benadering met een polynoom. Toch lijken de gewichten sterk op de gewichten van een vierdegraads polynoom. Door $\Delta^5 c_t = \varepsilon_t$ uit te werken volgt namelijk:

$$c_t = 5c_{t-1} - 10c_{t-2} + 10c_{t-3} - 5c_{t-4} + c_{t-5} + \varepsilon_t.$$

Dit patroon van verdragingen vertoont een zekere overeenkomst met die van het autoregressieve model. Desalniettemin corresponderen de wortels van het autoregressief model niet met die van een 4^e graads polynoom.

De vierdegraads polynoom heeft een trendmatige ontwikkeling. Hiermee wordt bedoeld dat de voorspelling steeds verder wegloopt naarmate er verder vooruit wordt voorspeld, ofwel

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \hat{c}_{t+h|t} = \pm\infty.$$

Dit is een onwenselijke eigenschap van de polynoom benadering. De index heeft namelijk geen trend, maar een cyclisch karakter. Een voorspelfunctie moet dus cyclisch zijn en uitdempen in de tijd. Dat is echter wel het geval met het autoregressieve model, aangezien alle geïnverteerde wortels complex zijn en een modulus kleiner dan één hebben. Daarom wordt het autoregressieve model als het meest geschikte model beschouwd om voorspellingen van de index te genereren. Bij de constructie van de index is sprake van standaardisatie van de index. In bijlage A worden de gevolgen van het standaardiseren besproken.

5 Bivariate modellen

Om voorspellingen op basis van de index te maken, moeten de index en het reële BBP gezamenlijk worden gemodelleerd in een bivariaat model. In het voorgaande werd geconcludeerd dat het beste univariate model gebaseerd is op de kwartaalgroei van het ongecorrigeerde BBP. De index heeft geen trend en is univariaat gemodelleerd in niveaus. Dit vormt het uitgangspunt voor een gezamenlijk model van het BBP en de index.

Eerst wordt er een uitgangsmodel geconstrueerd, dat een zeer algemeen karakter heeft. Vanuit dit model worden vervolgens andere modellen afgeleid door achtereenvolgens meer structuur op te leggen. In totaal worden er zes modellen beschouwd, waarvan de schattingsresultaten worden weergegeven in tabel 5.1.

5.1 BI-1: het uitgangsmodel

Een veelgebruikt model in multivariate tijdreeksanalyse is een VAR. Aangezien een VAR een zeer algemene vertragsstructuur heeft, is een VAR een geschikt uitgangspunt voor multivariate analyse. Er zijn echter een aantal overwegingen die in dit geval een VAR niet tot een geschikt uitgangspunt maakt. Ten eerste dient het BBP gecorrigeerd te worden voor de strenge winter van 1979 door middel van een dummy. Deze dummy kan als exogene variabele worden meegenomen in een VAR, maar dan wordt er geen rekening mee gehouden dat de vertragingen van het BBP ook onderhevig zijn aan de strenge winter. Het is beter om de dummy op te nemen zoals gebeurd in het univariate model (2.4). Daardoor wordt voor de dummy impliciet exact dezelfde vertragsstructuur opgenomen als voor het BBP. Dit impliceert restricties op coëfficiënten die niet kunnen worden opgelegd in een VAR. Ten tweede is het voor de index onredelijk om exogenen, zoals de dummy voor de strenge winter, seizoensdummies of een constante op te nemen. Door deze overwegingen te verwerken, volgt het volgende uitgangsmodel:

$$\begin{aligned}
 \Delta y_t &= \varphi_1 Q_t^1 + \varphi_2 Q_t^2 + \varphi_3 Q_t^3 + \varphi_4 Q_t^4 + \gamma_1 \Delta D_t^{79:1} + u_t \\
 u_t &= \sum_{i=1}^s \alpha_i u_{t-i} + \sum_{i=1}^s \beta_i c_{t-i} + \varepsilon_{1t} \\
 c_t &= \sum_{i=1}^s \gamma_i u_{t-i} + \sum_{i=1}^s \omega_i c_{t-i} + \varepsilon_{2t},
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

waarbij $(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}) \sim GWN(0, \Omega)$. Dit model bestaat feitelijk uit twee vergelijkingen, want door de ongeobserveerde u_t met de bovenste vergelijking van (5.1) uit de onderste twee vergelijkingen te substitueren, volgt een systeem van twee vergelijkingen die niet lineair is in de coëfficiënten. Dit

systeem is een niet-lineaire SUR, die geschat kan worden met een niet-lineaire versie van de GLS procedure uit paragraaf 2.1.4. Omdat de BBP-vergelijking en de indexvergelijking beiden echter dezelfde verklarende variabelen hebben, is de GLS-procedure gelijk aan de OLS-procedure. Het model kan dus efficiënt worden geschat door niet-lineaire OLS op beide vergelijkingen toe te passen.

Het beste univariate model voor het BBP (UNI-2) bevat een vertraging van maximaal de 5^e orde en het univariate model voor de index bevat 6 vertragingen. Dit betekent dat het model vermoedelijk 6 vertragingen zal moeten hebben. Uitgaande van maximaal 6 vertragingen suggereert het SIC dat er niet minder vertragingen moeten worden meegenomen.

5.2 BI-2: de reductie van de indexvergelijking

Voor de index moet gelden dat deze Granger-causaal is voor het BBP. Dit betekent dat vertragingen van de index in de BBP-vergelijking significant zijn. In dit geval heeft de index voorspellende waarde. Het kan echter ook zijn dat er sprake is van Granger-causaliteit van het BBP naar de index. Fritsche en Marklein (2001, voetnoot 31) geven als verklaring dat in dit geval de conjunctuurgolf economisch sentiment reflecteert. Dit is echter in tegenspraak met de meeste conjunctuurtheorieën die uitgaan van veranderingen in de conjunctuur door ongeanticiperde schokken (op. cit.). Tabel 5.2 geeft de uitkomsten van de Wald toetsen voor Granger-causaliteit in model BI-1. De toetsuitkomsten concluderen dat de index Granger causaal is voor het BBP, maar dat omgekeerd het BBP niet Granger-causaal is voor de index. Dit betekent dat het model gereduceerd kan worden door de vertragingen van het BBP te verwijderen uit de vergelijking van de index.

Door de hierboven beschreven restricties en reducties aan het model op te leggen wordt het volgende model verkregen:

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= \varphi_1 Q_t^1 + \varphi_2 Q_t^2 + \varphi_3 Q_t^3 + \varphi_4 Q_t^4 + \gamma_1 \Delta D_t^{79:1} + u_t \\ u_t &= \sum_{i=1}^6 \alpha_i u_{t-i} + \sum_{i=1}^6 \beta_i c_{t-i} + \varepsilon_{1t} \\ c_t &= \sum_{i=1}^6 \omega_i c_{t-i} + \varepsilon_{2t}.\end{aligned}$$

Dit model wordt aangeduid met BI-2. De vergelijking van de index heeft nu dezelfde vorm als het univariate model voor de index en alle coëfficiënten in de indexvergelijking zijn significant. De BBP-vergelijking en de indexvergelijking hebben nu niet meer dezelfde verklarende

Tabel 5.1 Schattingsresultaten voor de bivariate modellen

BI-1	$\Delta y_t = -0.04 Q_t^1 + 0.05 Q_t^2 - 0.03 Q_t^3 + 0.05 Q_t^4 - 0.06 \Delta D_t^{79:1} + u_t$ $u_t = -0.52 u_{t-1} - 0.47 u_{t-2} - 0.22 u_{t-3} + 0.29 u_{t-4} + 0.11 u_{t-5} - 0.03 u_{t-6}$ $+ 0.16 c_{t-1} - 0.60 c_{t-2} + 1.08 c_{t-3} - 1.12 c_{t-4} + 0.66 c_{t-5} - 0.17 c_{t-6} + \varepsilon_{1t}$ $c_t = 0.08 u_{t-1} - 0.02 u_{t-2} - 0.08 u_{t-3} + 0.02 u_{t-4} - 0.03 u_{t-5} + 0.08 u_{t-6}$ $+ 4.66 c_{t-1} - 9.94 c_{t-2} + 12.36 c_{t-3} - 9.45 c_{t-4} + 4.22 c_{t-5} - 0.86 c_{t-6} + \varepsilon_{2t}$					
BI-2	$\Delta y_t = -0.04 Q_t^1 + 0.05 Q_t^2 - 0.04 Q_t^3 + 0.05 Q_t^4 - 0.06 \Delta D_t^{79:1} + u_t$ $u_t = -0.52 u_{t-1} - 0.47 u_{t-2} - 0.22 u_{t-3} + 0.29 u_{t-4} + 0.12 u_{t-5} - 0.03 u_{t-6}$ $+ 0.16 c_{t-1} - 0.61 c_{t-2} + 1.10 c_{t-3} - 1.14 c_{t-4} + 0.66 c_{t-5} - 0.17 c_{t-6} + \varepsilon_{1t}$ $c_t = 4.66 c_{t-1} - 9.93 c_{t-2} + 12.35 c_{t-3} - 9.44 c_{t-4} + 4.22 c_{t-5} - 0.86 c_{t-6} + \varepsilon_{2t}$					
BI-3	$\Delta y_t = -0.04 Q_t^1 + 0.05 Q_t^2 - 0.04 Q_t^3 + 0.05 Q_t^4 - 0.06 \Delta D_t^{79:1} + u_t$ $u_t = -0.44 u_{t-1} - 0.36 u_{t-2} + 0.45 (u_{t-4} + 0.44 u_{t-5} + 0.36 u_{t-6})$ $+ 0.13 c_{t-1} - 0.52 c_{t-2} + 0.93 c_{t-3} - 0.97 c_{t-4} + 0.57 c_{t-5} - 0.15 c_{t-6} + \varepsilon_{1t}$ $c_t = 4.66 c_{t-1} - 9.93 c_{t-2} + 12.35 c_{t-3} - 9.44 c_{t-4} + 4.22 c_{t-5} - 0.86 c_{t-6} + \varepsilon_{2t}$					
BI-4	$\Delta y_t = -0.04 Q_t^1 + 0.05 Q_t^2 - 0.04 Q_t^3 + 0.05 Q_t^4 - 0.05 \Delta D_t^{79:1} + u_t$ $u_t = -0.34 u_{t-1} + 0.56 (u_{t-4} + 0.34 u_{t-5})$ $+ 0.09 c_{t-1} - 0.35 c_{t-2} + 0.64 c_{t-3} - 0.68 c_{t-4} + 0.41 c_{t-5} - 0.11 c_{t-6} + \varepsilon_{1t}$ $c_t = 4.66 c_{t-1} - 9.93 c_{t-2} + 12.35 c_{t-3} - 9.44 c_{t-4} + 4.22 c_{t-5} - 0.86 c_{t-6} + \varepsilon_{2t}$					
BI-5	$\Delta y_t = -0.04 Q_t^1 + 0.05 Q_t^2 - 0.04 Q_t^3 + 0.05 Q_t^4 - 0.05 \Delta D_t^{79:1} + u_t$ $u_t = -0.30 u_{t-1} + 0.51 (u_{t-4} + 0.30 u_{t-5}) + 0.01 \Delta c_{t-1} + \varepsilon_{1t}$ $c_t = 4.66 c_{t-1} - 9.93 c_{t-2} + 12.35 c_{t-3} - 9.45 c_{t-4} + 4.22 c_{t-5} - 0.87 c_{t-6} + \varepsilon_{2t}$					
BI-6	$\Delta y_t = -0.04 Q_t^1 + 0.05 Q_t^2 - 0.04 Q_t^3 + 0.05 Q_t^4 - 0.05 \Delta D_t^{79:1} + u_t$ $u_t = -0.32 u_{t-1} + 0.53 (u_{t-4} + 0.32 u_{t-5}) + 0.01 \Delta c_t + \varepsilon_{1t}$ $c_t = 4.66 c_{t-1} - 9.93 c_{t-2} + 12.35 c_{t-3} - 9.45 c_{t-4} + 4.22 c_{t-5} - 0.87 c_{t-6} + \varepsilon_{2t}$					

Schattingsperiode: 1978:4 – 1995:4

	BI-1	BI-2	BI-3	BI-4	BI-5	BI-6
R_1^2	0.95	0.95	0.95	0.94	0.94	0.95
R_2^2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$\hat{\sigma}_1^2$	$1.14 \cdot 10^{-4}$	$1.14 \cdot 10^{-4}$	$1.25 \cdot 10^{-4}$	$1.40 \cdot 10^{-4}$	$1.55 \cdot 10^{-4}$	$1.47 \cdot 10^{-4}$
$\hat{\sigma}_2^2$	$9.81 \cdot 10^{-5}$	$1.03 \cdot 10^{-4}$	$1.03 \cdot 10^{-4}$	$1.03 \cdot 10^{-4}$	$1.03 \cdot 10^{-4}$	$1.03 \cdot 10^{-4}$
$\hat{\sigma}_{12}$	$2.55 \cdot 10^{-6}$	$1.87 \cdot 10^{-6}$	$1.37 \cdot 10^{-6}$	$-1.86 \cdot 10^{-7}$	$-1.27 \cdot 10^{-6}$	$-1.96 \cdot 10^{-6}$

Tabel 5.2 Wald toets voor Granger-causaliteit

Nulhypothese	χ_6^2	P-waarde
$\Delta y_t \not\rightarrow c_t$	3.34	[0.76]
$c_t \not\rightarrow \Delta y_t$	21.98	[0.00]

variabelen. Dit betekent dat, in tegenstelling tot BI-1, dit model niet meer efficiënt geschat kan worden met niet-lineaire OLS. Daarom is de niet-lineaire GLS-procedure gebruikt om het model te schatten.

5.3 BI-3: gestructureerde BBP vertragingen

Uit de analyse van univariate modellen blijkt UNI-2 het beste voorspelmodel te zijn. Dit model heeft een autoregressieve structuur. De structuur van dit univariate model levert interessante informatie op om de BBP-vertragingen mee te structureren. Het univariate model heeft een $AR(1) \times SAR(1)$ structuur. In deze structuur wordt de $AR(1)$ term geïnterpreteerd als een beschrijving van seizoensvrije dynamiek. De $SAR(1)$ term wordt daarentegen geïnterpreteerd als seizoensdynamiek. Aan de coëfficiënten van de BBP-vertragingen van BI-2 valt het volgende op te merken. Ten eerste lijkt de $SAR(1)$ structuur waarschijnlijk, omdat de vierde BBP-vertraging significant is en $-\hat{\alpha}_1 \hat{\alpha}_4 = 0.15 \approx 0.12 = \alpha_5$. Verder valt op dat de tweede vertraging significant is. Dit betekent dat een $AR(1) \times SAR(1)$ structuur te beperkt is. De meest plausibele generalisatie is een structuur gebaseerd op een $AR(1)$, $AR(2)$ en een $SAR(1)$ term. Deze structuur impliceert de volgende restricties:

$$\alpha_3 = 0$$

$$\alpha_5 = -\alpha_1 \alpha_4$$

$$\alpha_6 = -\alpha_2 \alpha_4$$

Deze restrictie kan ook worden getoetst in het model BI-2 door middel van een Wald toets. De uitkomst van deze toets is

$$W = 6.91$$

$$P = 0.07,$$

waarbij de toetsgrootte onder de nulhypothese asymptotisch chi-kwadraat verdeeld is met drie vrijheidsgraden. De restrictie wordt door de data niet verworpen. Door deze structuur op te

leggen wordt het model BI-3 verkregen:

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= \varphi_1 Q_t^1 + \varphi_2 Q_t^2 + \varphi_3 Q_t^3 + \varphi_4 Q_t^4 + \gamma_1 \Delta D_t^{79:1} + u_t \\ u_t &= \alpha_1 u_{t-1} + \alpha_2 u_{t-2} + \alpha_4 (u_{t-4} - \alpha_1 u_{t-5} - \alpha_2 u_{t-5}) + \sum_{i=1}^6 \beta_i c_{t-i} + \varepsilon_{1t} \\ c_t &= \sum_{i=1}^6 \omega_i c_{t-i} + \varepsilon_{2t}.\end{aligned}$$

5.4 BI-4: de AR(1) × SAR(1) structuur van BBP-vertragingen

Uit de univariate analyse blijkt dat UNI-2 het beste voorspelmodel. Dit model heeft een AR(1) × SAR(1) structuur. Het bivariate model BI-3 heeft een AR(1) × AR(2) × SAR(1) structuur voor de BBP vertragingen vanwege de significante tweede vertraging. Uit de univariate analyse is deze structuur niet plausibel bevonden. Daarom wordt in dit bivariate model de AR(1) × SAR(1) structuur gewoon opgelegd. Het model, dat wordt aangeduid met BI-4, heeft de volgende gedaante:

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= \varphi_1 Q_t^1 + \varphi_2 Q_t^2 + \varphi_3 Q_t^3 + \varphi_4 Q_t^4 + \gamma_1 \Delta D_t^{79:1} + u_t \\ u_t &= \alpha_1 u_{t-1} + \alpha_4 (u_{t-4} - \alpha_1 u_{t-5}) + \sum_{i=1}^6 \beta_i c_{t-i} + \varepsilon_{1t} \\ c_t &= \sum_{i=1}^6 \omega_i c_{t-i} + \varepsilon_{2t}.\end{aligned}$$

Het is de vraag welke structuur van BBP-vertragingen goede voorspellingen oplevert. In paragraaf 5.7 worden de voorspellingen van de bivariate modellen geëvalueerd. In tabel 5.3 is de evaluatie van de *out-of-sample* voorspellingen weergegeven. Uit deze evaluatie van de modellen BI-1 tot en met BI-4 blijkt dat het model BI-4 de beste voorspellingen genereert. Ten opzicht van BI-3 valt het op dat BI-4 relatief beter presteert naar mate er verder vooruit wordt voorspeld. Daarom wordt geconcludeerd dat de AR(1) × SAR(1) structuur geschikt is voor de BBP-vertragingen. Daarom wordt deze structuur als uitgangspunt voor de verdere analyse genomen.

5.5 BI-5: gestructureerde indexvertragingen

In de BBP-vergelijking van het model BI-4 zijn alle vertragingen van de index niet-significant. Door structuur aan deze index-vertragingen op te leggen kan het aantal coëfficiënten verder worden teruggebracht. De index is geconstrueerd om de conjunctuurcyclus in het BBP te voorspellen. Als het ongecorrigeerde BBP wordt opgevat als de som van respectievelijk een trend, een conjunctuurcomponent, seizoensinvloeden en ruis:

$$y_t = T_t + C_t + S_t + E_t,$$

dan kan de index worden opgevat als een voorspelling voor de conjunctuurcomponent. De index heeft dus een relatie met het niveau van het BBP. Aangezien het BBP in kwartaalverschillen is gemodelleerd volgt

$$\Delta y_t = \Delta T_t + \Delta C_t + \Delta S_t + \Delta E_t.$$

Hieruit volgt dat de kwartaalgroei van de index een relatie heeft met het kwartaalgroei van het BBP. De zes niveauvertragingen van de index vormen vijf groeivertragingen van de index als geldt:¹

$$\sum_{i=1}^s \beta_i = 0.$$

Een Wald-toets op deze restrictie geeft:

$$W = 1.66$$

$$P = 0.20,$$

waarbij de toetsgrootte onder de nulhypothese asymptotisch chi-kwadraat verdeeld is met twee vrijheidsgraden. De toets verworpt de restrictie niet en de restrictie kan dus aan het model worden opgelegd. Door de zes niveauvertragingen van de index te vervangen door vijf groeivertragingen van de index, blijven er nog steeds een aantal indexvertragingen niet-significant. Door deze te reduceren blijft alleen de eerste groeivertraging over. Het

¹ Beschouw de vertragingopolynoom $B(L) = \sum_{i=1}^s \beta_i L^{i-1}$, zodat $\sum_{i=1}^s \beta_i c_{t-i} = B(L)c_t$. Heeft de polynoom een wortel gelijk aan één, 1 ofwel $B(1) = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^s \beta_i = 0$, dan volgt $B(L)c_t = B^*(L)(1-L)c_t = B(L)\Delta c_t$, waarbij $B^*(L)$ een graad kleiner is dan .

resulterende model, BI-6, wordt nu:

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= \varphi_1 Q_t^1 + \varphi_2 Q_t^2 + \varphi_3 Q_t^3 + \varphi_4 Q_t^4 + \gamma_1 \Delta D_t^{79:1} + u_t \\ u_t &= \alpha_1 u_{t-1} + \alpha_4 (u_{t-4} - \alpha_1 u_{t-5}) + \beta_1 \Delta c_{t-1} + \varepsilon_{1t} \\ c_t &= \sum_{i=1}^6 \omega_i c_{t-i} + \varepsilon_{2t}.\end{aligned}$$

5.6 BI-6: de endogene indexvertraging

De vertragingen van de index in de BBP-vergelijking van het model BI-4 laten een opmerkelijk patroon zien, namelijk:

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_{t-3} &\approx -\hat{\beta}_{t-4} \\ \hat{\beta}_{t-2} &\approx -\hat{\beta}_{t-5} \\ \hat{\beta}_{t-1} &\approx -\hat{\beta}_{t-6}.\end{aligned}$$

Een dergelijk patroon doet zich ook voor in de indexvergelijking. Dit zou kunnen betekenen dat de vertragingen van de index in de BBP-vergelijking de vorm hebben van een voorspelling van de index. Aangezien de groei van de index een relatie met de groei van het BBP heeft, zouden de indexvertragingen de volgende vorm kunnen hebben:

$$\sum_{i=1}^6 \beta_i c_{t-i} = \beta_0 \left(\sum_{i=1}^6 \omega_i c_{t-i} - c_{t-1} \right) = \beta_0 (\hat{c}_t - c_{t-1}).$$

Kortom de indexvertragingen vormen de voorspelling voor de groei van de index op tijdstip t door gebruik te maken van de indexvergelijking. Deze structuur voor de vertragingen impliceert de volgende restricties in BI-4:

$$\frac{\beta_1}{(\omega_1 - 1)} = \frac{\beta_2}{\omega_2} = \frac{\beta_3}{\omega_3} = \frac{\beta_4}{\omega_4} = \frac{\beta_5}{\omega_5} = \frac{\beta_6}{\omega_6}$$

Een Wald-toets op deze restricties geeft:

$$\begin{aligned}X_5^2 &= 3.39 \\ P &= 0.64.\end{aligned}$$

Door de restricties op te leggen wordt het volgende model verkregen:

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= \varphi_1 Q_t^1 + \varphi_2 Q_t^2 + \varphi_3 Q_t^3 + \varphi_4 Q_t^4 + \gamma_1 \Delta D_t^{79:1} + u_t \\ u_t &= \alpha_1 u_{t-1} + \alpha_4 (u_{t-4} - \alpha_1 u_{t-5}) + \beta_0 \left(\sum_{i=1}^6 \omega_i c_{t-i} - c_{t-1} \right) + \varepsilon_{1t} \\ c_t &= \sum_{i=1}^6 \omega_i c_{t-i} + \varepsilon_{2t}.\end{aligned} \tag{5.2}$$

Dit model vormt nog steeds een SUR, maar dan met restricties over de twee vergelijkingen. Als de vertragingen van de index in de BBP-vergelijking een voorspelling van de index vormen, dan is er waarschijnlijk sprake van een relatie tussen Δy_t en Δc_t . Het model wordt dan:

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= \varphi_1 Q_t^1 + \varphi_2 Q_t^2 + \varphi_3 Q_t^3 + \varphi_4 Q_t^4 + \gamma_1 \Delta D_t^{79:1} + u_t \\ u_t &= \alpha_1 u_{t-1} + \alpha_4 (u_{t-4} - \alpha_1 u_{t-5}) + \beta_0 \Delta c_t + \xi_t \\ c_t &= \sum_{i=1}^6 \omega_i c_{t-i} + \varepsilon_{2t}.\end{aligned}\tag{5.3}$$

In model (5.3) zijn Δy_t en c_t endogene variabelen die worden bepaald door het model. In dit model is echter Δc_t als verklarende variabele in de BBP-vergelijking ook endogeen, omdat c_t endogeen is. Daardoor is dit model een stelsel van simultane vergelijkingen (SEM). De modellen (5.2) en (5.3) geven een identieke beschrijving van de data, omdat substitutie van de indexvergelijking van (5.3) in de BBP-vergelijking het model (5.2) met $\varepsilon_{1t} = \xi_t + \beta_0 \varepsilon_{2t}$ oplevert. Het model (5.2) is de gereduceerde vorm van (5.3). Model (5.3) geeft echter interpretatie aan de indexvertragingen van (5.2), en is daardoor een interessanter model. Beide modellen worden aangeduid met BI-6, waarbij in het bijzonder (5.3) met de structurele vorm en (5.2) met de herleide vorm wordt aangeduid.

Het gereduceerde model (5.2) heeft restricties over de twee vergelijkingen, omdat de indexvertragingen in de BBP-vergelijking van dezelfde vorm zijn als de vertragingen van de index. Dit model kan geschat worden met de niet-lineaire versie van de GLS procedure uit paragraaf 2.1.4. In plaats daarvan kan ook de SEM-vorm (5.3) worden gebruikt om het model te schatten. Voor dit model kunnen de 2SLS en de 3SLS procedures worden gebruikt. Deze methoden zijn zeer effectief wanneer de SEM lineair in de parameters is, want dan maken deze methoden geen gebruik van niet-lineaire optimalisatie. Model (5.3) is echter ook niet-lineair in de parameters vanwege de $AR(1) \times SAR(1)$ structuur en de wijze waarop de exogenen in het model zijn opgenomen. Daardoor brengen 2SLS en 3SLS op (5.3) geen voordeel met zich mee en wordt gewoon de gereduceerde vorm (5.2) geschat met de niet-lineaire GLS procedure (zie ook Goldberger, 1991, pp. 365-375).

5.7 Voorspelevaluatie

De modellen zijn geconstrueerd met het doel om voorspellingen voor de BBP-groei te maken. Daarom worden de voorspellingen van de verschillende modellen geëvalueerd. In paragraaf 2.2 is de methode van de voorspelevaluatie beschreven. In deze paragraaf worden de voorspellingen van de bivariate modellen geëvalueerd. Deze voorspellingen worden afgezet tegen de

voorspellingen van een univariaat model voor het BBP, om zodoende vast te stellen wat de toegevoegde voorspellende waarde is. In hoofdstuk 4 zijn verschillende univariate modellen voor het BBP geconstrueerd. Van de verschillende univariate modellen zijn de voorspellingen geëvalueerd en wordt geconcludeerd dat UNI-2 het beste univariate model is. In deze voorspelevaluatie wordt daarom het univariate model UNI-2 als *benchmark* model beschouwd om de voorspellingen van de verschillende bivariate modellen tegen te evalueren.

In de voorspelevaluatie worden *out-of-sample* voorspellingen gebruikt. Alle modellen zijn geselecteerd en geschat op de data tot en met 1995. Vervolgens worden voorspellingen voor de periode 1996:1-2002:3 beschouwd. Bij iedere voorspelling wordt het model opnieuw geschat tot en met de periode die als uitgangspunt dient bij de voorspelling. Dit betekent dat voortschrijdend inzicht omtrent de parameterwaarden wordt meegenomen bij het maken van voorspellingen. De modelstructuur blijft echter ongewijzigd.

Tabel 5.3 geeft een overzicht van de voorspelevaluatie. Uit de tabel blijkt dat de voorspellingen van BI-1 slechter zijn dan die van het univariate model UNI-2, dit verschil is echter niet significant. Een belangrijke reden voor de slechte voorspelprestaties van BI-1 is dat dit model een algemene en rijk geparparameteriseerde structuur heeft. Hierdoor heeft het model veel graden van vrijheid om zich naar de data te voegen. Toch is het model daardoor niet in staat goede voorspellingen te genereren, omdat het waarschijnlijk ook niet-structurele aspecten van de data probeert te verklaren.

De overige bivariate modellen zijn tot stand gekomen door opeenvolgend meer structuur in het model aan te brengen. Het model BI-2 is afgeleid van BI-1 door de indexvergelijking te reduceren. Deze reductie heeft geen noemenswaardig effect op de voorspelkwaliteit. De modellen BI-3 en BI-4 zijn gevormd door restricties aan de BBP-vertragingen van de BBP-vergelijkingen op te leggen. Deze restricties hebben een positieve uitwerking op de voorspellingen. Uit de modelselectie volgen sterke aanwijzingen tegen een $AR(1) \times SAR(1)$ structuur voor de BBP-vertragingen, ondanks het feit dat deze structuur in overeenstemming is met het univariate model (UNI-2). Door deze structuur toch op te leggen verbetert de voorspelkwaliteit aanzienlijk, met name voor een langere voorspelhorizon.

De modellen BI-5 en BI-6 zijn gereduceerde versies van BI-4, waarbij restricties op de indexvertragingen in de BBP-vergelijking zijn opgelegd. In het bijzonder bevat BI-5 alleen de eerste groeivertraging van de index, wat overeenkomt met de veronderstelling dat de index één kwartaal voorloopt op de ontwikkeling van het BBP. BI-6 gebruikt daarentegen een voorspelling van de index, wat overeenkomt met de veronderstelling dat de index niet voorloopt. De reducties van de indexvertragingen hebben een substantiële reductie van de voorspelfouten tot gevolg. Het

Tabel 5.3 Out-of-sample voorspelfouten van de bivariate modellen over 1996:1-2002:3

Kwartalen vooruit		UNI-2	BI-1	BI-2	BI-3	BI-4	BI-5	BI-6
1	RMSE	0.68	0.68	0.68	0.62	0.60	0.63	0.56
	MAE	0.54	0.56	0.56	0.49	0.50	0.49	0.44
	Theil's U		1.00	1.01	0.91	0.89	0.93	0.82
	Diebold-Mariano		0.00 [0.50]	-0.08 [0.53]	0.85 [0.20]	1.17 [0.13]	1.35 [0.09]	2.28 [0.02]
2	RMSE	1.00	1.04	1.06	0.94	0.86	0.87	0.75
	MAE	0.85	0.83	0.86	0.74	0.70	0.70	0.59
	Theil's U		1.05	1.06	0.94	0.86	0.87	0.75
	Diebold-Mariano		-0.35 [0.64]	-0.50 [0.69]	0.47 [0.32]	1.38 [0.09]	1.92 [0.03]	2.58 [0.01]
3	RMSE	1.20	1.24	1.27	1.11	1.05	0.94	0.81
	MAE	1.07	1.08	1.09	0.93	0.89	0.84	0.67
	Theil's U		1.03	1.05	0.92	0.87	0.78	0.67
	Diebold-Mariano		-0.25 [0.60]	-0.41 [0.66]	0.71 [0.24]	1.25 [0.11]	2.50 [0.01]	3.48 [0.00]
4	RMSE	1.43	1.63	1.65	1.48	1.37	1.10	1.08
	MAE	1.28	1.47	1.49	1.28	1.16	0.96	0.86
	Theil's U		1.14	1.15	1.03	0.96	0.77	0.76
	Diebold-Mariano		-1.02 [0.84]	-1.13 [0.87]	-0.26 [0.60]	0.38 [0.35]	2.23 [0.02]	2.30 [0.02]

model BI-5 heeft een kleinere voorspelfout ten opzichte van BI-4 bij drie en vier kwartalen vooruit. Voor één en twee kwartalen vooruit lijken de voorspellingen van BI-4 en BI-5 gelijkwaardig in voorspelkwaliteit. Het bivariate model BI-6 genereert de beste voorspellingen van alle onderzochte bivariate modellen. Dit model gebruikt een voorspelling van de index in plaats van de index zelf. Hieruit volgt dat de voorspelling van de index een betere voorlopende conjunctuurindicator is dan de index zelf, omdat het model een voorspelling van de index gebruikt in plaats van de index zelf. Het model BI-6 genereert significant betere voorspellingen dan het univariate model, wat betekent dat de index een toegevoegde waarde bij het voorspellen van het BBP heeft.

Uit de voorspelevaluaties wordt geconcludeerd dat voorspellingen op basis van de index beter zijn dan voorspellingen op basis van een univariaat model. Dit betekent dat de index toegevoegde waarde heeft bij het voorspellen. Daarnaast laten de resultaten zien dat de voorgestelde restricties op het indexmodel bijdragen aan de voorspelkwaliteit. Om voorspellingen te generen op basis van de index wordt het gebruik van BI-6 voorgesteld.

6 Conclusie

In dit onderzoek zijn voorspellingen geconstrueerd op basis van de gereviseerde CPB-conjunctuurindicator. Deze voorspellingen zijn gebaseerd op een tijdreeksmodel. Eerst zijn de reeksen geanalyseerd op tijdreekseigenschappen, waarna vervolgens univariate modellen zijn geconstrueerd. Op basis van toetsen op *unit roots* en de modelselectie voor univariate modellen van het BBP wordt geconcludeerd dat het reële BBP in kwartaalgroeivoeten moet worden gemodelleerd. Het beste univariate model is BI-2, die een autoregressieve structuur heeft. Vervolgens is de CPB-conjunctuurindicator gemodelleerd. Deze index heeft een zeer glad verloop, zodat deze niet kan worden opgevat als een realisatie van een stochastisch proces. Toch kan de index goed verklaard worden met een eenvoudig autoregressief model.

De reële groei van het BBP wordt gezamenlijk gemodelleerd met de index om voorspellingen op basis van de index te genereren. Bij de modelselectie is een uitgebreid SUR model gebruikt, dat vervolgens door middel van restricties gereduceerd wordt. Het beste bivariate model, BI-6, heeft een behoorlijk vaste structuur die in overeenstemming is met de univariate modellen en de wijze waarop de index is geconstrueerd. In dit model wordt de index niet vertraagd gebruikt, zodat de index niet vooruit loopt op de conjuncturele ontwikkeling van het BBP. Dit heeft echter niet tot gevolg dat de index geen voorspellende waarde heeft, want voorspellingen van het bivariate model BI-6 zijn significant beter dan de voorspellingen op basis van het univariate model UNI-2. Hieruit kan worden geconcludeerd dat de index zinvolle informatie bevat voor het voorspellen van de reële BBP-groei.

De analyse is niet *real time*. Dit betekent dat er geen rekening is gehouden met bijstellingen van de data. In de analyse zijn volledig bijgestelde data gebruikt die bij het maken van echte voorspellingen niet beschikbaar zijn. Zowel het BBP als de index zijn aan bijstellingen onderhevig. Voor het BBP is het mogelijk de effecten van deze bijstellingen te onderzoeken. Dit is dan ook een belangrijke aanbeveling voor toekomstig onderzoek. Ook de index is onderhevig aan bijstellingen en revisies. Het karakter en de omvang van deze bijstellingen is echter niet bekend, omdat de index geen geschiedenis heeft. Het is daarom raadzaam om een goede geschiedenis van de index bij te houden, zodat deze bijstellingen en revisies in de toekomst wel geanalyseerd kunnen worden.¹

In tabel 6.1 worden de voorspellingen voor 2002:4 tot en met 2003:4 van het beste univariate

¹ In dit verband dient rekening te worden gehouden met de standaardisatie van de index; zie bijlage A. Het is verstandig om voor de geschiedenis van de index één vaste standaardisatie te gebruiken.

model, UNI-2, en het beste bivariate model, BI-6, gegeven. De voorspellingen zijn in procenten gegeven. Deze voorspellingen zijn gebaseerd op informatie die beschikbaar was in 2002:3, zodat deze voorspellingen wel *real-time* zijn.

Wat opvalt aan de voorspellingen is dat het bivariate model een hogere groei raamt dan het univariate model. Dit laat zich verklaren uit de bijdrage van de index. Figuur 3.3 laat zien dat de index omhoog loopt in 2003. Dit betekent dat de index een boventrendmatige groei aangeeft.

Tabel 6.1 Voorspellingen voor 2003^a

	Verwachte BBP-groei	
	UNI-2	BI-6
2002:4	0.18%	0.37%
2003:1	0.37%	0.48%
2003:2	0.70%	0.72%
2003:3	1.21%	1.26%
2003:4	1.09%	1.33%

^aOp basis van beschikbare informatie in 2002:3

Literatuur

Bonenkamp, J. (2003), "Reviseren en actualiseren CPB-conjunctuurindicator", *CPB Memorandum*, nr. 71, Centraal Planbureau, Den Haag.

Box, G.E.P. en G.M. Jenkins (1976), *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Revised Edition, Holden-Day.

Burns, A.F. en W.C. Mitchell (1946), *Measuring Business Cycle*, National Bureau of Economic Research, New York.

Camacho, M. en G. Perez-Quiros (2000), "This is what the US leading indicators lead", *ECB Working Paper*, nr. 27, Europese Centrale Bank, Frankfurt am Main.

Camba-Mendez, G., G. Kapetanios, R.J. Smith en M.R. Weale (2001a), "An automatic leading indicator of economic activity: forecasting GDP growth for European countries", *Econometrics Journal*, 4, 56-90.

Camba-Mendez, G., G. Kapetanios, M.R. Weale, en R.J. Smith (2001b), "The forecasting performance of the OECD composite leading indicators for France, Germany, Italy and the UK", in M.P. Clements en D.F. Hendry (2001), pp. 386-408.

Clements, M.P., en D.F. Hendry (red.) (2001), *A Companion to Economic Forecasting*, Blackwell, Oxford, UK.

Diebold, F.X. en G.D. Rudebusch (1991), "Forecasting output with the Composite Leading index: a real-time analysis", *Journal of the American Statistical Association*, 86, 603-610.

Diebold, F.X. en R.S. Mariano (1995), "Comparing predictive accuracy", *Journal of Business and Economic Statistics*, 13, 253-63.

Enders, W. (1995), *Applied Econometric Time Series*, John Wiley & Sons.

Fildes, R. en H. Stekler (2002), "The state of macroeconomic forecasting", *Journal of*

Macroeconomics, 24, 435-468.

Franses, P.H. (1998), *Time series models for business and economic forecasting*, Cambridge University Press, 1998.

Fritsche, U. en F. Marklein (2001), “Leading Indicators of Euroland Business Cycles”, Discussion Paper No. 238, DIW, Berlijn.

Goldberger, A.S. (1991), *A Course in Econometrics*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.

Hamilton, J. D. (1994), *Time series analysis*, Princeton University Press, New Jersey.

Harvey, Andrew C. (1989), *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*, Cambridge University Press, USA.

Harvey, D.I., S.J. Leybourne en P. Newbold (1997), “Testing the equality of prediction mean squared errors”, *International Journal of Forecasting*, 13, 281-91.

Hylleberg, S. (red.) (1992), *Modelling Seasonality*, Oxford University Press, New York.

Hylleberg, S., R.F. Engle, C.W.J. Granger en B.S. Yoo (1990), “Seasonal integration and cointegration”, *Journal of Econometrics*, 44, 215-238.

Jarque, C.M. en A.K. Bera (1980), “Efficient tests for normality homoscedasticity and serial independence of regression residuals”, *Economics Letters*, 6, 255-259.

Johnston, J. en J. DiNardo (1997), *Econometric methods*, 4^e editie, McGraw-Hill, New York.

MacKinnon, J.G. (1991) “Critical Values for Cointegration Tests,” in *Long-run Economic Relationships: Readings in Cointegration*, (red.) R.F.Engle and C.W.J. Granger, Oxford University Press.

Mariano, R.S. (2002), “Testing forecast accuracy”, in M.P. Clements en D.F. Hendry (2001), pp.

284-298.

McGuckin, R.H., A. Ozyildirim en V. Zarnowitz (2003), "A more timely and useful index of leading indicators", *Economics Program Working Paper*, nr. 03-01, The Conference Board, New York, NY.

Rooij, M.C.J. van en A.C.J. Stokman (2000), "Voorspellers voor de BBP-groei in de VS, Japan en de EU op basis van indicatoren", *Onderzoeksrapport WO&E*, nr. 636, De Nederlandsche Bank, Amsterdam.

Bijlage A Standaardisatie van de index

Bij de constructie van de index wordt gebruik gemaakt van standaardisatie. De reden voor deze standaardisatie is dat de schaal van de index geen betekenisvolle eenheid heeft, omdat indicatoren met verschillende eenheden in de index zijn opgenomen. Daarom hebben alleen de relatieve omvang van de uitslagen betekenis. De index c_t^* wordt afgeleid uit de index door een willekeurige lineaire transformatie:

$$c_t^* = a + bc_t. \tag{A.1}$$

Deze index bevat dezelfde informatie als c_t . Omdat alleen de relatieve omvang van de uitslagen betekenis hebben, is standaardisatie een gewenste transformatie van de index. Voor de gestandaardiseerde index is de schaal dan het aantal standaardafwijkingen van de uitslag. De gestandaardiseerde index heeft een gemiddelde gelijk aan nul en een steekproefvariantie gelijk aan één. Stel dat de gestandaardiseerde index c_t is afgeleid van een willekeurige niet-gestandaardiseerde index \tilde{c}_t , dan geldt

$$c_t = \frac{\tilde{c}_t - \bar{\tilde{c}}}{s_{\tilde{c}}},$$

waarbij $\bar{\tilde{c}} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \tilde{c}_i$ en $s_{\tilde{c}} = \frac{1}{T-1} \sum_{i=1}^T (\tilde{c}_i - \bar{\tilde{c}})^2$. De standaardisatie is een lineaire transformatie, want

$$c_t = a + b\tilde{c}_t,$$

met $a = -\frac{\bar{\tilde{c}}}{s_{\tilde{c}}}$ en $b = \frac{1}{s_{\tilde{c}}}$. De standaardisatie is echter afhankelijk van de hele reeks van waarnemingen van de index. Dit betekent dat als er een nieuwe waarneming van de index \tilde{c}_t beschikbaar komt, dat dan $\bar{\tilde{c}}$ en $s_{\tilde{c}}$ veranderen en dus ook alle waarnemingen van de gestandaardiseerde index c_t . Het zou dus beter zijn om voor de gestandaardiseerde index $c_{t,T}$ te schrijven.

De standaardisatie heeft dus tot gevolg dat alle waarnemingen veranderen indien nieuwe waarnemingen beschikbaar komen. Dit kan gevolgen hebben voor gemodelleerde relaties. Daarom worden in deze bijlage de gevolgen van standaardisatie voor modellen geanalyseerd aan de hand van het univariate model voor de index (4.9) en een regressievergelijking waarbij de index als verklarende variabele optreedt.

A.1 Het univariate model van de index

In paragraaf 4.5 wordt geconcludeerd dat de gestandaardiseerde index c_t goed kan worden voorspeld door (4.9), ofwel

$$c_t = \sum_{i=1}^p \omega_i c_{t-i} + \xi_t.$$

Dit model kan compact worden weergegeven door

$$W(L)c_t = \xi_t. \tag{A.2}$$

Omdat de gestandaardiseerde index ook afhankelijk is van het totale aantal waarnemingen T , is het de vraag wat het model precies voorspelt. Aangezien alle waarnemingen op dezelfde wijze gestandaardiseerd zijn, is de gestandaardiseerde index gelijk aan $\{c_{1,T}, \dots, c_{T,T}\}$. Een voorspelling van het model is dus conditioneel op deze standaardisatie, dus het model voorspelt $\hat{c}_{T+1} = \hat{c}_{T+1,T}$ en niet $\hat{c}_{T+1,T+1}$. Daarmee geeft het model dus geen voorspelling over hoe de opnieuw gestandaardiseerde index er uit gaat zien. Het is ook de bedoeling dat de voorspellingen conditioneel op de standaardisatie zijn, omdat alle waarnemingen en voorspellingen op gelijke wijze moeten zijn gestandaardiseerd.

Een nieuwe waarneming van de index heeft een nieuwe standaardisatie tot gevolg. De nieuwe index is echter ook gewoon weer een lineaire transformatie van de oude index. Door het effect van een lineaire transformatie op het model te bepalen, kan het effect van het standaardisatie worden bepaald. De index c_t^* wordt gedefinieerd door A.1, omdat c_t voldoet aan A.2 volgt

$$W(L)c_t^* = W(L)a + bW(L)c_t = W(1)a + b\xi_t.$$

Dus voor een lineaire transformatie van de index volgt nagenoeg hetzelfde model als voor de index zelf. Het enige verschil is dat de residuen van schaal veranderen, en dat het model een constante heeft.

Een gestandaardiseerde index is in dit kader bijzonder, omdat deze in het model geen constante heeft en een lineaire transformatie van de index wel. De standaardisatie is echter een lineaire transformatie die afhankelijk is van de data, waarbij de coëfficiënt a zodanig gekozen is, dat de constante gelijk aan nul wordt geschat. Dit volgt ook uit het feit dat het model A.2 een regressiemodel is dat met OLS wordt geschat. De constante in een regressievergelijking kan op equivalente wijze los worden geschat van de andere coëfficiënten door de variabelen in afwijking van hun gemiddelde te beschouwen (Johnston en DiNardo, 1997, pp. 73-76). De standaardisatie heeft er echter al voor gezorgd dat de variabelen in afwijking van hun gemiddelde staan. Daarmee wordt impliciet de constante geschat.

Het probleem van de standaardisatie heeft praktisch echter een afnemende relevantie, want naarmate er meer waarnemingen van de index zijn, hebben nieuwe waarnemingen een steeds geringer wordend effect op het gemiddelde en de steekproefvariantie. Hierdoor worden de veranderingen ten gevolge van standaardisatie steeds geringer. In de analyse worden modellen niet over de hele steekproef van de index geschat. Hierdoor hoeft het gemiddelde van de index over de schattingsperiode niet gelijk aan nul te zijn. Aangezien de schattingsperiode groot genoeg is, verschilt een geschatte constante numeriek niet noemenswaardig van nul. Daarom is in deze gevallen ook geen constante in het model opgenomen.

A.2 Regressievergelijkingen

In hoofdstuk 5 worden bivariate modellen geconstrueerd om voorspellingen voor het BBP te genereren op basis van de index. Deze bivariate modellen bevatten een vergelijking voor de index die gelijk is aan de het univariate model voor de index, zodat de effecten van standaardisatie op deze indexvergelijking bekend zijn. In de BBP-vergelijking van de bivariate modellen worden echter ook vertragingen van de index gebruikt. De effecten van standaardisatie voor deze vergelijking laten zich het eenvoudigste analyseren aan de hand van de simpele regressievergelijking:

$$x_t = \alpha + \beta c_t + \varepsilon_t. \quad (\text{A.3})$$

In deze vergelijking wordt de reeks x_t verklaard door de gestandaardiseerde index c_t . Het effect van de standaardisatie kan wederom worden afgeleid door te kijken naar c_t^* . Deze index volgt uit de gestandaardiseerde index volgens de lineaire transformatie (A.1). Door c_t^* voor c_t te substitueren in de regressievergelijking volgt

$$x_t = \alpha + \beta \left(\frac{c_t^* - a}{b} \right) + \varepsilon_t = \left(\alpha - \frac{\beta a}{b} \right) + \left(\frac{\beta}{b} \right) c_t^* + \varepsilon_t.$$

Dit is ook weer een regressievergelijking, maar dan met andere coëfficiënten als de regressievergelijking (A.3). Standaardisatie heeft dus tot gevolg dat de coëfficiënten opnieuw moeten worden geschat als de index opnieuw wordt gestandaardiseerd. Indien de groei van de index wordt gebruikt, dan verandert de constante in de regressievergelijking niet, want

$$x_t = \alpha + \beta \Delta c_t + \varepsilon_t \Leftrightarrow x_t = \alpha + \beta \left(\frac{c_t^* - a}{b} - \frac{c_{t-1}^* - a}{b} \right) + \varepsilon_t = \alpha + \left(\frac{\beta}{b} \right) \Delta c_t^* + \varepsilon_t.$$

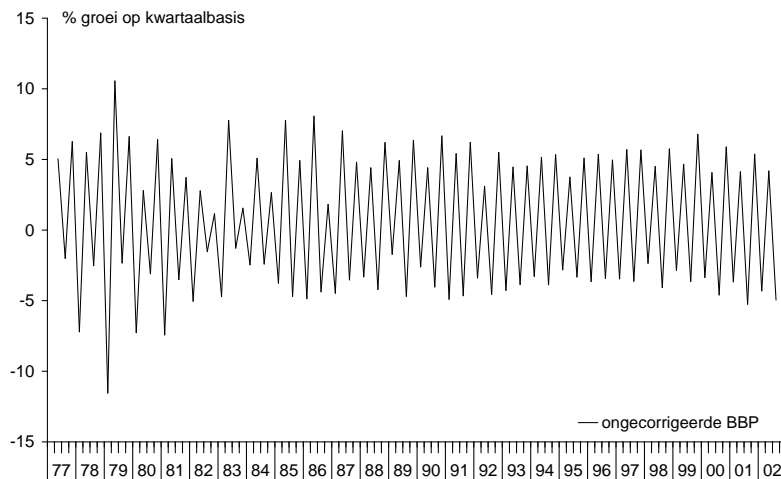
Uit deze analyse blijkt dat de standaardisatie geen effecten op de modelstructuur heeft. Over het algemeen dienen modellen opnieuw te worden geschat wanneer de index opnieuw gestandaardiseerd wordt.

Bijlage B Seizoensfluctuaties

Veel economische tijdreeksen, waaronder het BBP, zijn onderhevig aan seizoensfluctuaties.

In figuur B.1 is de kwartaalgroei van het BBP weergegeven. De kwartaalgroei vertoont een zaagtandpatroon, waarbij het eerste en derde kwartaal laag zijn en het tweede en vierde hoog. De verklaringen voor dit patroon houden verband met de seizoenen. Dit type fluctuaties wordt dan ook aangeduid als seizoensfluctuaties. Kenmerkend voor deze fluctuaties is de periodiciteit; in het geval van kwartaaldata hebben de seizoensfluctuaties een repeterend karakter over de jaren.

Figuur B.1 De kwartaalgroei van het ongecorrigeerde BBP



De seizoensfluctuaties vormen een belangrijke bron van fluctuaties in een reeks. In dat kader dient bij het modelleren aandacht aan de seizoensfluctuaties besteed te worden. De seizoensfluctuaties hebben echter een zeer specifiek karakter door hun periodiciteit en vragen om speciale modellen. Daarnaast kunnen seizoensfluctuaties een bron van niet-stationariteit zijn. Tot slot worden veel economische tijdreeksen voor seizoenen gecorrigeerd, omdat de gecorrigeerde reeksen meer inzicht geven in de economische situatie. Al deze aspecten spelen een rol bij de analyse van het BBP. In deze bijlage wordt daarom aandacht aan deze aspecten van seizoensfluctuaties besteed.

B.1 De aard van seizoensfluctuaties

Ondanks dat seizoensfluctuaties zich over het algemeen eenvoudig laten herkennen aan hun periodieke patroon, is daarmee nog niet precies duidelijk wat seizoensfluctuaties precies zijn.

De seizoensfluctuaties worden geassocieerd met factoren die samenhangen met het verstrijken van een jaar, zoals het weer of feestdagen. Hylleberg (1992, pp. 3-8) definieert seizoensfluctuaties met:

Seasonality is the systematic, although not necessarily regular, intra-year movement caused by the changes of the weather, the calendar, and timing of decisions, directly or indirectly through the production and consumption decisions made by agents of the economy. These decisions are influenced by endowments, the expectations and preferences of the agents, and the production techniques available in the economy.

Deze definitie van *seasonality* bevat twee componenten, namelijk de oorzaken en de verschijningsvorm. Zo zijn de seizoensfluctuaties systematische fluctuaties binnen een jaar. Dit betekent dat de fluctuaties over een periode van een jaar optellen tot gemiddeld nul. Hoewel het patroon systematisch is, hoeft deze niet constant te zijn.

B.2 Seizoenscorrectie

Gezien de geringe economische betekenis van seizoensfluctuaties is er bij economen en beleidsmakers behoefte aan reeksen die vrij van seizoensfluctuaties zijn. Daarom zijn er procedures ontwikkeld om reeksen voor de seizoensfluctuaties te corrigeren. Een bekend voorbeeld van een correctieprocedure is Census X-11. De correctieprocedures zijn gecompliceerde procedures, die gebaseerd zijn op gewogen gemiddelden om de seizoensfluctuaties tegen elkaar weg te werken. De procedures zijn echter wel aanzienlijk gecompliceerder dan een gewogen gemiddelde.

B.2.1 Aspecten van de seizoenscorrectie

De gedachte achter seizoenscorrectie is dat een reeks is opgebouwd uit een aantal componenten, waarvan één de seizoenscomponent is. Voor de seizoenscomponent wordt verondersteld dat deze een onafhankelijke dynamiek heeft. De correctieprocedure gebruikt een filter om deze seizoenscomponent te bepalen, of beter gezegd te schatten. Door de seizoenscomponent uit de reeks te verwijderen ontstaat een gecorrigeerde reeks. De schatting van de seizoenscomponent gaat gepaard met onzekerheid, omdat niet exact duidelijk is of fluctuaties afkomstig zijn van het

seizoenseffect of een ander proces.

Het is dan ook opmerkelijk dat bij de seizoenscorrectie geen enkele maat van onzekerheid wordt gegeven. Daarnaast is niet duidelijk wat de procedures precies schatten, omdat ze niet gebaseerd zijn op een model. Dit maakt het uiterst moeilijk om de betekenis van seizoensgecorrigeerde data te duiden. Daarnaast kan, door het ontbreken van een model, de seizoenscorrectie niet goed worden beoordeeld. Een incorrecte seizoenscorrectie kan daardoor artefacten in de gecorrigeerde reeks tot gevolg hebben. Deze aspecten van gecorrigeerde reeksen maakt ze minder geschikt voor econometrische analyses (zie ook Hylleberg (1992, pp. 249-252)).

Een andere eigenschap van de correctieprocedures is dat de filters een tweezijdig karakter hebben. Er wordt gebruik gemaakt van voortschrijdende gemiddelden om de seizoenscomponent te bepalen. Dit betekent voor een reeks x_t dat een schatting van de seizoenscomponent op tijdstip t gebaseerd is op de waarnemingen $x_{t-h}, x_{t-h+1}, \dots, x_{t+h-1}, x_{t+h}$. Dus ook waarnemingen uit de toekomst moeten worden gebruikt om de huidige waarde van de gecorrigeerde reeks te bepalen. Omdat de toekomstige waarnemingen niet beschikbaar zijn worden voorspellingen gebruikt. Het beschikbaar komen van nieuwe waarnemingen heeft dan een revisie van de gecorrigeerde reeks tot gevolg.

B.2.2 Seizoensdecompositie en voorspellingen

In de univariate analyse van het BBP maakt een aantal modellen gebruik van de seizoensdecompositie van het BBP op basis van seizoenscorrectie. Er zijn twee redenen om dit type modellen te overwegen. Ten eerste is het gecorrigeerde BBP zelf ook een interessante maat. De seizoensdecompositie maakt het mogelijk om direct voorspellingen voor het gecorrigeerde BBP te genereren. Ten tweede kunnen de seizoensinvloeden apart gemodelleerd worden. De gecorrigeerde data kan echter artefacten bezitten die afkomstig zijn van de seizoenscorrectie. Daarnaast wordt de voorspelevaluatie van deze modellen vertekend door het tweezijdige karakter van de seizoenscorrectie, want waarnemingen in het midden van de steekproef hebben opvolgende waarnemingen gebruikt om de seizoensdecompositie te bepalen. Deze informatie is niet beschikbaar bij het feitelijke voorspellen. Voor een correcte voorspelevaluatie dient daarom de seizoenscorrectie te worden toegepast op de data die beschikbaar is ten tijde van de voorspelling. Het gecorrigeerde BBP is echter geconstrueerd door het CBS. Historische seizoensreeksen worden vertekend door bijstellingen in de ongecorrigeerde data, zodat deze reeksen niet geschikt zijn om effecten van het filter in te schatten. Daarom wordt de Census X-11 procedure gebruikt om het effect van de seizoenscorrectie op de voorspelevaluatie te

demonstreren. Deze procedure heeft sterke overeenkomsten met de seizoenscorrectie van het CBS.

Tabel B.1 Schattingsresultaten voor UNI-X11

Model	Schattingsresultaten	
UNI-X11	$\Delta\tilde{y}_t = 0.005 - 0.049 \Delta D_t^{79:1} + \varepsilon_t$ (4.42) (-6.54)	
De univariate modellen voor het gecorrigeerde BBP worden uitgebreid met de onderstaande seizoensvergelijking en de aanname van onafhankelijkheid tussen de twee vergelijkingen		
	Seizoensvergelijking	
SEAS	$\tilde{s}_t = -0.02 Q_t^1 + 0.02 Q_t^2 - 0.02 Q_t^3 + 0.02 Q_t^4 - 0.03 D_t^{79:1} + \eta_t$ $\eta_t = -0.96 \eta_{t-1} - 1.05 \eta_{t-2} - 0.78 \eta_{t-3} +$ $0.54 (\eta_{t-4} + 0.96 \eta_{t-1} + 1.05 \eta_{t-2} + 0.78 \eta_{t-3}) + v_t + 0.50 v_{t-1} + 0.29 v_{t-2}$	
	UNI-7	SEAS
Schattingsperiode	1977:2 – 1995:4	1978:4 – 1995:4
R^2	0.37	1.00
$\hat{\sigma}^2$	$1.10 \cdot 10^{-4}$	$8.12 \cdot 10^{-7}$
Jarque-Bera toets	2.26 [0.32]	2.61 [0.27]
Seriële correlatie LM(1)	2.28 [0.13]	0.51 [0.47]
Seriële correlatie LM(4)	2.50 [0.65]	2.25 [0.69]
ARCH LM(1)	0.20 [0.65]	0.01 [0.94]
ARCH LM(4)	12.91 [0.01]	3.62 [0.46]
Ramsey RESET F-toets	0.09 [0.77]	0.38 [0.54]

In tabel B.1 zijn de schattingsresultaten voor een univariaat model op de gecorrigeerde BBP en de seizoensinvloeden gegeven. Het gecorrigeerde BBP is in dit geval met het Census X-11 bepaald. Het model voor het gecorrigeerde BBP, aangeduid met UNI-X11, is een *random walk* model. Dit is opmerkelijk, want dit zou betekenen dat de groei van gecorrigeerde BBP geen relatie met voorafgaande groei heeft. Het model voor de seizoensinvloeden aangeduid met SEAS-X11, heeft daarentegen een zeer gecompliceerde dynamische structuur en kan niet goed worden gemodelleerd met een eenvoudig model. Deze modellen geven daarmee ongewenste eigenschappen van de seizoenscorrectie weer.

De modellen worden gebruikt om voorspellingen voor het gecorrigeerd BBP en de seizoensinvloeden te genereren. Door de voorspellingen bij elkaar op te tellen worden voorspellingen voor het ongecorrigeerde BBP gegenereerd. Deze seizoensdecompositie maakt door het tweezijdige karakter van Census X-11 gebruik van informatie die niet beschikbaar is bij het genereren van daadwerkelijke voorspellingen. Daarom wordt een tweede reeks voorspellingen voor het ongecorrigeerde BBP met dezelfde modellen gegenereerd. Nu wordt de

seizoenscorrectie echter alleen toegepast op de data die beschikbaar is bij het voorspellen.

Tabel B.2 Out-of-sample voorspelfouten van UNI-X11 over 1996:1-2002:3

Kwartalen voortuit		UNI-X 11	UNI-X 11 gereviseerd
1	RMSE	0.56	0.70
	MAE	0.44	0.54
	Theil's U		1.25
	Diebold-Mariano		-2.02 [0.97]
2	RMSE	0.97	1.11
	MAE	0.85	0.95
	Theil's U		1.15
	Diebold-Mariano		-2.00 [0.97]
3	RMSE	1.35	1.44
	MAE	1.23	1.29
	Theil's U		1.07
	Diebold-Mariano		-2.55 [0.99]
4	RMSE	1.72	1.72
	MAE	1.59	1.59
	Theil's U		1.00
	Diebold-Mariano		-0.72 [0.76]

In tabel B.2 is de voorspelevaluatie van de twee voorspellingen gegeven. De tabel laat zien dat de voorspelfouten aanzienlijk oplopen indien de seizoenscorrectie alleen op beschikbare data wordt toegepast. De voorspelfout is significant groter indien de seizoenscorrectie alleen op de beschikbare data wordt toegepast, dan de voorspelfout indien de seizoenscorrectie op alle data wordt toegepast. Dit betekent dat de voorspelevaluatie voor modellen op basis van de seizoensdecompositie sterk wordt vertekend. Daarom wordt geconcludeerd dat het gebruik van de seizoensdecompositie geen geschikte methode van voorspellen is.

B.3 Het modelleren van seizoensfluctuaties

Tijdreeksen die onderhevig zijn aan seizoensinvloeden kunnen in beginsel met standaard tijdreeksmodellen worden gemodelleerd. De kenmerken van seizoensfluctuaties brengen echter nieuwe problemen en modellen met zich mee.

Voor een seizoensreeks x_t kunnen de seizoensfluctuaties op eenvoudige wijze worden gemodelleerd door seizoensdummy's in een univariaat model op te nemen. Aan deze benadering ligt echter de veronderstelling ten grondslag dat de seizoensfluctuaties een deterministisch

patroon volgen. Veelal ondergaan seizoensfluctuaties echter een ontwikkeling in de tijd. Zo hebben de seizoensfluctuaties in het BBP geleidelijk een ander karakter gekregen doordat bijvoorbeeld de landbouw een steeds kleiner deel van de economie is gaan uitmaken. Maar ook strenge winters etc. zorgen er voor dat seizoensfluctuaties niet deterministisch zijn. Ook veranderende seizoensfluctuaties kunnen worden gemodelleerd met ARIMA modellen, maar meestal vereist dit een uitgebreide dynamische structuur.

Box en Jenkins (1976, pp. 300-305) merken voor seizoensdata op, dat een waarneming een sterke relatie heeft met een waarneming in hetzelfde kwartaal een jaar eerder. Daarnaast kunnen er natuurlijk ook relaties tussen opvolgende kwartalen zijn. Box en Jenkins (1976) suggereren daarom dus zowel relaties tussen jaren als tussen kwartalen te modelleren. Waarbij het totale model bestaat uit het product van een jaareffect en een kwartaaleffect. Dit resulteert in het multiplicatieve model van Box en Jenkins (1976), dat voor kwartaaldata neerkomt op

$$A(L^4)a(L)\Delta_4^D\Delta^d x_t = B(L^4)b(L)\varepsilon_t. \quad (\text{B.1})$$

Als de ordes van de polynomen $a(L)$, $b(L)$, $A(L^4)$ en $B(L^4)$ gelijk zijn aan respectievelijk p, q, P en Q , dan wordt dit model aangeduid als een multiplicatief ARIMA $(p, d, q) \times (P, D, Q)_4$ model. Dit model kan worden opgesplitst in een jaareffect en een kwartaaleffect op de volgende wijze:

$$\begin{aligned} A(L^4)\Delta_4^D x_t &= B(L^4)u_t \\ a(L)\Delta^d u_t &= b(L)\varepsilon_t. \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

De bovenste vergelijking van B.2 is een ARIMA model voor het jaareffect. De bovenste vergelijking kan worden opgevat als éénzelfde model voor de reeks van eerste kwartalen tot en met de reeks van vierde kwartalen. De reeksen van kwartalen worden in de onderste vergelijking verbonden door middel van een ARIMA model. De polynomen $a(L)$ en $b(L)$ definiëren respectievelijk AR en MA termen. De polynomen $A(L^4)$ en $B(L^4)$ definiëren ook AR respectievelijk MA termen, maar dan over perioden van jaren. De AR en MA termen uit $A(L^4)$ en $B(L^4)$ worden regelmatig aangeduid als *Seasonal AutoRegressive* (SAR) en *Seasonal Moving Average* (SMA) termen. Een voorbeeld van een eenvoudig multiplicatief model van Box en Jenkins (1976) is:

$$(1 - \theta L^4)(1 - \alpha L)x_t = \varepsilon_t. \quad (\text{B.3})$$

Dit multiplicatieve ARIMA $(1, 0, 0) \times (1, 0, 0)_4$ model is een speciaal geval van een AR(5) model, want uitwerken van B.3 geeft

$$x_t = \alpha x_{t-1} + \theta x_{t-4} - \alpha \theta x_{t-5} + \varepsilon_t.$$

De SAR polynoom is van de graad één en de AR polynoom ook, daarom kan deze structuur ook worden aangeduid als een $AR(1) \times SAR(1)$ model (Johnston en DiNardo. 1997, pp.235-236).

B.4 Seasonal unit roots

Aangezien seizoensfluctuaties over een periode van een jaar optellen tot gemiddeld , wordt veel gebruik gemaakt van jaarverschillen in plaats van kwartaalverschillen. Het gebruik van verschillen bij het modelleren van tijdreeksen hangt sterk samen met *unit roots*. In dat kader is het interessant om de relatie tussen jaarverschillen en *unit roots* te bekijken. De jaarverschillen worden gedefinieerd door de verschiloperator $\Delta_4 = (1 - L^4)$. Door deze operator uit te werken volgt

$$\Delta_4 = (1 - L^4) = (1 - L)(1 + L)(1 + L^2) = (1 - L)(1 + L)(1 - iL)(1 + iL). \quad (B.4)$$

De laatste gelijkheid in B.4 laat zien dat deze verschiloperator een AR(4) polynoom vormt, waarvan alle wortels een modulus gelijk aan één hebben. Deze verschiloperator bevat dus vier *unit roots*, die respectievelijk gelijk zijn aan $1, -1, i, -i$. De *unit root* die gelijk is aan één is de gewone *unit root* zoals besproken in paragraaf 2.1. De overige *unit roots* hangen samen met seizoensfluctuaties en worden daarom *seasonal unit roots* genoemd.

De gewone *unit root* is reeds besproken in paragraaf 2.1.3. De betekenis van de *seasonal unit roots* is echter nog niet beschouwd. De *unit roots* laten zich het beste interpreteren door te bekijken hoe ze schokken van een storingsterm verwerken. Daarom wordt gekeken naar het effect van één schok uit de storingsterm. De storingsterm heeft daarom de volgende gedaante:

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= 0 \quad i \neq 0 \\ \varepsilon_0 &> 0. \end{aligned}$$

Deze reeks van verstoringen bestaat enkel uit een positieve schok op tijdstip nul. De overige verstoringen zijn gelijk gesteld aan nul. De gewone *unit root* behoort bij gewone verschiloperator $\Delta = (1 - L)$. Beschouw het volgende proces:

$$(1 - L)x_t = \varepsilon_t.$$

De schok op $t = 0$ werkt door in de hele reeks, want voor $t > 0$ geldt

$$x_t = \varepsilon_0.$$

Kortom een schok heeft een blijvende uitwerking op de reeks. In paragraaf 2.1 is aangetoond dat dit proces niet stationair is.

De eerste *seasonal unit root* is gelijk aan -1 . Deze *unit root* hoort bij de factor $(1 + L)$. Beschouw voor deze *unit root* het volgende proces:

$$(1 + L)x_t = \varepsilon_t.$$

Het effect van een schok is nu gelijk aan

$$\begin{aligned} x_{2i} &= \varepsilon_0 \\ x_{2i+1} &= -\varepsilon_0 \quad i = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Ook in dit proces heeft de schok een permanent effect, maar nu wisselt de uitwerking iedere keer van teken. De uitwerking van de schok heeft een periodieke gedaante, waarbij de periode gelijk is aan twee kwartalen. Over een jaar telt de uitwerking op tot nul. Dit geeft een duidelijke interpretatie aan deze *unit root* in termen van seizoensfluctuaties. Ook dit proces is niet stationair.

Tot slot volgen de laatste twee overige *seasonal unit roots*, die horen bij de factoren $(1 + iL)$ en $(1 - iL)$. Aangezien de reeks uit reële getallen bestaat horen deze factoren bij elkaar, ofwel vormen tot $(1 + L^2)$. Beschouw het volgende proces

$$(1 + L^2)x_t = \varepsilon_t.$$

De uitwerking van een schok op x_t wordt gegeven door

$$\begin{aligned} x_{4i} &= \varepsilon_0 \\ x_{4i+1} &= x_{4i+3} = 0 \\ x_{4i+2} &= -\varepsilon_0 \quad i = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

De schok heeft wederom een permanent effect op de reeks. De uitwerking van de schok volgt echter een periodiek patroon met een periode van een jaar. Over een jaar telt de uitwerking wederom op tot nul. Verder is ook dit proces niet stationair.

Het gebruik van gewone kwartaalverschillen komt voort uit het feit dat de reeks in niveaus niet stationair is. Stationariteit is een belangrijke aanname voor het gebruik van tijdreeksmodellen. Indien het proces in niveaus een *unit root* bezit, dan is de reeks van kwartaalverschillen stationair. Met behulp van een *unit root* toets kan worden vastgesteld of een reeks in verschillen gemodelleerd moet worden of niet. Een bekende *unit root* toets is de ADF toets (zie paragraaf 2.1), die in een autoregressief model toetst of $A(L)$ een gewone *unit root* heeft.

$$A(L)x_t = \varepsilon_t$$

Deze aspecten van de gewone *unit root*, generaliseren ook naar *seasonal unit roots*. Indien het een proces de gewone *unit root* en de *seasonal unit roots* bevat, dan is de reeks van jaarverschillen stationair. Hylleberg *et al.* (1990) hebben de ADF toets gegeneraliseerd voor het toetsen op *seasonal unit roots*. Deze zogeheten HEGY toets generaliseert de simpele gedaante van de ADF toets (2.5) tot

$$\begin{aligned} \Delta_4 x_t = & \pi_1 (1 + L + L^2 + L^3) x_{t-1} - \pi_2 (1 - L + L^2 - L^3) x_{t-1} - \pi_3 (L - L^3) x_{t-1} \\ & - \pi_4 (1 - L^2) x_{t-1} + \varepsilon_t. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

De hypothese dat het proces een gewone *unit root* heeft correspondeert met $\pi_1 = 0$. De hypothese dat het proces de *seasonal unit root* gelijk aan -1 bezit correspondeert met $\pi_2 = 0$. De hypothese dat het proces de twee complexe *seasonal unit roots* bezit correspondeert met $\pi_3 = \pi_4 = 0$. De HEGY toets kan op dezelfde wijze worden gegeneraliseerd als de ADF toets, door vertragingen en exogenen in de toetsvergelijking B.5 op te nemen.